

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Roland PRAT

**1^{re} THÈSE. — Influence de la diffraction sur la
structure des images d'objets
étendus.**

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 7 octobre 1960, devant la Commission d'examen.

MM.	KASTLER	<i>Président.</i>
	MARÉCHAL	} <i>Examineurs.</i>
	FRANÇON	

Éditions de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale*

3 et 5, boulevard Pasteur — 165, rue de Sèvres

PARIS (15^e)

1961

FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

Nom du Candidat : PRAT.

Prénom : Roland.

Date de la soutenance : 7 octobre 1960

Numéro d'ordre : Série A, 3578. N° 4450

1

PRAT (Roland). — Influence de la diffraction sur la structure des images d'objets étendus. — *Paris*, Éditions de la Revue d'Optique, 1961, 46 p., 54 fig.

Th. Sc. Phys. Paris, 1961, Série A, 3578, N° 4450.

2

PRAT (Roland). — Influence de la diffraction sur la structure des images d'objets étendus. — *Paris*, Éditions de la Revue d'Optique, 1961, 46 p., 54 fig.

Th. Sc. Phys. Paris, 1961, Série A, 3578, N° 4450.

3

PRAT (Roland). — Influence de la diffraction sur la structure des images d'objets étendus. — *Paris*, Éditions de la Revue d'Optique, 1961, 46 p., 54 fig.

Th. Sc. Phys. Paris, 1961, Série A, 3578, N° 4450.

4

PRAT (Roland). — Influence de la diffraction sur la structure des images d'objets étendus. — *Paris*, Éditions de la Revue d'Optique, 1961, 46 p., 54 fig.

Th. Sc. Phys. Paris, 1961, Série A, 3578, N° 4450.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

SÉRIE A, N° 3578

N° D'ORDRE : 4450

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Roland PRAT

**1^{re} THÈSE. — Influence de la diffraction sur la
structure des images d'objets
étendus.**

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 7 octobre 1960, devant la Commission d'examen.

MM.	KASTLER	<i>Président.</i>
	MARÉCHAL	{ <i>Examineurs.</i>
	FRANÇON	

Éditions de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale*

3 et 5, boulevard Pasteur — 165, rue de Sèvres

PARIS (15^e)

1961



FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

PROFESSEURS

Doyen J. PÉRÈS

G. JULIA	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	BRELOT	T	Calcul différentiel.
DE BROGLIE	T	Théories physiques.	NORMANT	T	Synthèse organique.
PRENANT	T	Anatomie et histologie comparées.	BENARD	T	Chimie minérale.
PÉRÈS	T	Mécanique des fluides et applications.	BUVAT	T	Botanique (E. N. S.).
BARRABÉ	T	Géologie struct. et Géologie appliquée.	DUGUÉ	T	Statistiques mathém.
BOURCART	T	Géogr. physique et Géol. dynamique.	GÉLOSO	T	Chimie (S. P. C. N.).
PLANTEFOL	T	Botanique.	SOULATRAZ	T	Psychophysiologie.
GRASSÉ	T	Evolution des êtres organisés.	ULRICH	T	Physiologie végétale.
PREVOST	T	Chimie organique.	MARÉCHAL	T	Optique théorique et appliquée.
BOULIGAND	T	Application de l'analyse à la géométrie.	KIRRMANN	T	Théories chimiques.
CHAUDRON	T	Chimie appliquée.	CHADEFAUD	T	Botanique.
WYART	T	Minéralogie.	M ^{lle} LE BRETON	T	Physiol. générale.
TEISSIER	T	Zoologie.	SALEM	T	Mathématiques générales.
MANGENOT	T	Biologie végétale.	LELONG	T	Mathématiques générales.
P. AUGER	T	Physique quantique et Relativité.	DEVILLERS	T	Anatomie et Histol. comparées.
MONNIER	T	Physiologie générale.	EHRESMANN	T	Topologie algébrique.
PIVETEAU	T	Paléontologie.	FRANÇON	T	Physique (S. P. C. N.).
ROCARD	T	Physique (E. N. S.).	GLANGEAUD	T	Géogr. physique et Géologie dynamique.
H. CARTAN	T	Mathématiques (E. N. S.).	GODEMENT	T	Mathématiques (M. G. P.).
LAFFITTE	T	Chimie générale.	PISOT	T	Techniques mathém. de la Physique.
FAVARD	T	Géométrie supérieure.	E. ROCH	T	Géologie.
COULOMB	T	Physique du Globe.	SCHATZMAN	T	Astrophysique.
M ^{lle} COUSIN	T	Biologie animale (S.P.C.N.).	TERMIER	T	Paléontologie stratigraphique.
CHRÉTIEN	T	Chimie minérale.	ZAMANSKY	T	Mathématiques générales.
P. DRACH	T	Zoologie.	LENNUIER	T	Physique (M. G. P.).
KASTLER	T	Physique (E. N. S.).	RIZET	T	Génétique.
EPHRUSSI	T	Génétique.	ROUTHIER	T	Géologie appliquée.
WURMSER	T	Biologie physicochimique.	M ^{me} TONNELAT	T	Relativité.
RIVIÈRE	T	Géologie (S. P. C. N.) Orsay.	DIXMIER	T	Mathématiques (M. P. C.).
GAUTHIERET	T	Biol. végétale (P. C. B.).	SOUCHAY	T	Chimie générale.
LUCAS	T	Recherches Physiques.	AIGRAIN	T	Electrotechn. générale.
A. THOMAS	T	Biol. cellulaire.	BRUSSET	T	Chimie minérale.
ARNULF	T	Optique appliquée.	M. LÉVY	T	Physique théorique des hautes énergies.
M. MORAND	T	Enseignement de Physique.	M ^{me} CHAIX	T	Chimie biologique.
SOLEILLET	T	Physique (P. C. B.).	M ^{me} HUREL-PY	T	Biol. vég. (P. C. B.).
FORTIER	T	Mécanique expérimentale des fluides.	PIAUX	T	Chimie (M. P. C.).
DANJON	T	Astronomie.	BRUN	T	Mécanique expérimentale des fluides.
PETIT	T	Biologie maritime.	LEDERER	T	Chimie biologique.
QUENEY	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.	M ^{me} DUBREIL	T	Mathématiques.
GALLIEN	T	Embryologie.	M ^{me} LELONG	T	Mathém. (E. N. S.).
EICHORN	T	Biologie végétale (S.P.C.N.).	BELLAIR	T	Géologie (S. P. C. N.).
DE CUGNAC	T	Biologie végétale (S.P.C.N.).	COTTE	T	Physique (Orsay).
M ^{lle} CAUCHOIS	T	Chimie physique.	DUBOIS J. E.	T	Chimie organique.
THIELLER	T	Physique du Globe.	LAMOTTE	T	Zoologie (E. N. S.).
L'HÉRITIER	T	Génétique.	MICHEL André	T	Chimie (S. P. C. N.).
GRIVET	T	Radioélectricité.	OLMER	T	Energétique G ¹ .
PONCIN	T	Mécanique générale.	ROUAULT	T	Physique générale.
DUBREIL	T	Arithmétique et Théorie des nombres.	GAUTHIER	T	Mécanique appliquée.
QUELET	T	Chimie organique.	BARCHIEWITZ	T	Chimie Physique.
CAGNIARD	T	Géophysique appliquée.	BROSSEL	T	Physique atomique.
CHAMPETIER	T	Chimie macromoléculaire.	BUSER	T	Physiologie comparée.
CUVILLIER	T	Micropaléontologie.	CAMUS	T	Physiol. vég. (3 ^e Cycle).
JUNG	T	Pétrographie.	CASTAING	T	Physique générale.
TRILLAT	T	Microscopie et diffract. électronique.	CURIEN	T	Minéralogie et Cristallographie.
WIEMANN	T	Chimie organique et struct.	MOYSE	T	Physiol. vég. (Orsay).
JACQUINOT	T	Spectroscopie et physique céleste.	PANNETIER	T	Chimie (S. P. C. N.).
VASSY	T	Physique de l'atmosphère.	POSSOMPES	T	Zoologie.
DESTOUCHES	T	Théories physiques.	PULLMANN	T	Chimie théorique.
PRUVOST	T	Géologie.	TEILLAC	T	Physique nucléaire et Radioactivité.
AMIEL	T	Chimie générale.	TONNELAT	T	Biol. physicochimique.
HOCART	T	Minéralogie.	VILLE	T	Econométrie.
J.-P. MATHIEU	T	Physique (Orsay).	WILLEMART	T	Chimie (P. C. B.).
COUTEAUX	T	Biol. animale (P. C. B.).	DODÉ	T	Chimie (S. P. C. N.) Orsay.
MAY	T	Zoologie (Orsay).	FREYMAN	T	Physique générale.
CHOQUET	T	Théorie des fonctions et Topologie.	GUINOCHET	T	Biol. vég. (Orsay).
FELDMANN	T	Biol. végétale marine.	ROLLET	T	Chimie (P. C. B.).
GUINIER	T	Physique des Solides.	M ^{lle} JOSIEN	T	Chimie (P. C. B.).
JOST	T	Physiologie comparée.	CHEVALLEY	T	Géométrie algébrique et théorie des groupes.
FORTET	T	Calcul des prob. et physique mathématique.	ARNOULT	T	Electronique.
SCHWARTZ	T	Calc. diff. et intégral.	CHAPELLE	T	Physique (M. P. C.) (Orsay).
CHOUARD	T	Physiologie végétale.	DELANGE	T	Mathématiques (Orsay).
MALAVARD	T	Aviation.	DENY	T	Mathématiques (M. G. P.).
			GERMAIN	T	Mécanique théorique des fluides.
			LUCAS G.	T	Géologie.
			ALLARD	T	Chimie Physique.

BERTHELOT.....		Physique nucléaire et Radioactivité.	BERGERARD.....	Zoologie (Orsay).
BRICARD.....		Météorologie et Physique de l'Atmosphère.	BERTEIN.....	Electronique.
M ^{me} ALBE-FESSARD		Psychophysiologie.	BOUSSIÈRES.....	Chimie des Radioéléments.
FRIEDEL.....		Physique des Solides.	M ^{me} COUTURE.....	Physique (P. C. B.).
M. JULIA.....		Etude des molécules organiques complexes.	ELLENBERGER...	Géologie stucturale et Géologie appliquée.
LENDER.....		Biol. animale (S. P. C. N.) (Orsay).	FRANC.....	Biologie animale.
MAGAT.....		Physico-chimie des rayonnements.	SCHINELL.....	Botanique tropicale.
M ^{lle} QUINTIN.....	T	Electrochimie.	STOLKOWSKI.....	Physiologie générale.
MONOD.....	T	Chimie du métabolisme.	ACHER.....	Chimie biologique (Orsay).
BENOIT.....	T	Physiologie animale.	BAUDOIN.....	Biologie animale (P. C. B.).
DE POSSEL.....	T	Analyse numérique.	BEAUMONT.....	Biologie animale (S.P.C.N.).
CHARLOT.....	T	Chimie analytique.	BLAMONT.....	Géophysique Ionosphère.
HAISSINSKY.....	T	Radiochimie.	BOURREAU.....	Biologie végétale (S.P.C.N.) (Orsay).
LEMÉE.....	T	Physiologie (B. M. P. V.).	CURIE D.....	Physique (M. G. P.).
GUÉRIN.....	T	Chimie (M. P. C.).	DURAND DELGA..	Géologie.
CHATELET M.....		Chimie (S. P. C. N.).	FREON.....	Chimie (P. C. B.).
JEAN.....		Physique nucléaire et radio-activité.	HELLER.....	Physiologie végétale.
MATTLER.....		Physique (S. P. C. N.).	TORTRAT.....	Calcul des Probabilités.
MICHEL Louis...		Physique théorique des hautes énergies.	CAILLEUX.....	Géologie (S. P. C. N.).
RUMPF.....		Chimie (P. C. B.).	MAGNAN.....	Physique (M. P. C.).
			DAUDEL.....	Mécanique ondulatoire appliquée à la chimie théorique et à la Physique nucléaire.
			M ^{lle} FOURCROY...	Biologie végétale (S.P.C.N.).

Secrétaire Général..... C. MONIER

INFLUENCE DE LA DIFFRACTION SUR LA STRUCTURE DES IMAGES D'OBJETS ÉTENDUS

PAR

Roland PRAT

SOMMAIRE. — On sait que l'observation des objets étendus de faibles dimensions se trouve limitée par la diffraction. Dans ce travail, nous avons étudié dans quelle mesure ce phénomène pouvait intervenir dans la structure des images de tels objets, compte tenu du rapport λ/α' , λ désignant la longueur d'onde et α' l'ouverture de l'instrument utilisé (on suppose la lumière monochromatique et l'instrument parfait).

Pour élargir le champ de cette étude nous avons été amené à réaliser un appareil utilisant les possibilités de l'électronique et dont nous donnons la description dans une première partie. La seconde partie de ce travail est consacrée aux résultats obtenus avec cet appareil. Ce dernier, en fait, n'a pu traiter le problème que moyennant l'hypothèse d'un éclairage incohérent. C'est pourquoi dans une troisième partie, nous donnons le principe et les conditions de réalisation d'un autre dispositif que les performances obtenues avec le précédent montage nous ont conduit à imaginer. Ce dernier présentant de nombreux avantages sur le précédent permet non seulement de traiter les cas d'éclairages incohérent et cohérent, mais encore avec quelques modifications celui de la cohérence partielle.

INTRODUCTION

Les renseignements que l'on veut obtenir en ce qui concerne les effets de la diffraction sont liés à la connaissance d'expressions mathématiques complexes donnant l'éclairement en chaque point de l'image. En fait, le calcul utilisant les méthodes classiques s'avère impraticable dès que le contour de l'objet correspondant se complique un tant soit peu, à fortiori, lorsque ce contour n'a pas de définition analytique. Désirant connaître de quelle manière, en microscopie, la vision d'un objet dont l'aspect quel qu'il soit n'est pas influencé par des considérations de simplicité de calcul, pouvait être perturbée, il était naturel de penser à un procédé analogique pouvant nous donner suffisamment d'information à ce sujet. Sa réalisation, rendant possible l'obtention des valeurs de l'intensité dans l'image en un grand nombre de points, a permis le tracé des lignes d'égal éclairement ou isophotes correspondant à un objet donné. Ce tracé donne, d'une part, le contraste que l'on peut espérer pour des objets dont les dimensions ont l'ordre de grandeur de la longueur d'onde utilisée et, d'autre part, rend compte de l'altération de leur forme.

I. Description de l'appareil

1. Principe. — Comme nous l'avons annoncé, nous supposons en premier lieu l'éclairage incohérent ; de cette façon, l'éclairement en un point de l'image

est la somme des éclairements produits par chacun des éléments de l'objet. Cela revient à considérer que les vibrations émises par ces éléments sont parfaitement incohérentes entre elles.

Soient $xOyz$ et $x'Oy'z'$ les axes de coordonnées choisis dans les plans objet et image de façon qu'ils se correspondent exactement. Dans ces conditions, y, z désignent indifféremment les coordonnées d'un point du plan-objet ou de son image géométrique. Les fonctions $O(y, z)$ et $D(y' - y, z' - z)$ représentant la première, la répartition des luminances de l'objet, la seconde celle de l'énergie dans l'image d'un point isolé de coordonnées y, z , à chaque élément $dy dz$ correspond dans le plan-image autour du point $y' = y, z' = z$ l'éclairement

$$O(y, z) D(y' - y, z' - z) dy dz ;$$

par suite, autour de ce point l'éclairement résultant est donné par

$$I(y', z') = \iint O(y, z) D(y' - y, z' - z) dy dz .$$

En fait, l'objet étant opaque, la fonction $O(y, z)$ nulle sur l'objet, égale à l'unité à l'extérieur, contribue à limiter l'intégrale $\iint D(y' - y) dy dz$ suivant le contour de cet objet.

D'autre part, dans le cas d'un instrument stigmatique la fonction D est de révolution et représente la tache d'Airy ; désignons par $\mathcal{D}(r)$ [on notera $\mathcal{D}$] la méridienne de cette fonction, on peut alors écrire en coordonnées polaires

$$I(y', z') = \iint \mathcal{D} r d\alpha dr$$

étendue au contour de l'objet, ou encore

$$I(y', z') = \int_0^\infty \mathcal{D} r \alpha dr ;$$

de cette façon nous faisons apparaître sous le signe $\int$ les deux quantités $\mathcal{D}, r$ et l'angle α . Le problème qui se posait était donc de multiplier à chaque instant ces deux quantités, au préalable rendues proportionnelles à une grandeur physique, et d'en obtenir la somme au bout d'un temps t . Il faut donc introduire le temps comme nouvelle variable et écrire

$$I(y', z') = \int_0^\infty \mathcal{D} r \alpha \frac{dr}{dt} dt = v \int_0^\infty \mathcal{D} r \alpha dt$$

v étant un facteur constant. Dans la réalisation de l'appareil, v désigne précisément la vitesse de deux index se déplaçant simultanément le long de deux tiges filetées, lesquelles figurent d'une manière tangible les rayons $M'A, M'B$ intervenant dans l'expression de l'élément différentiel.

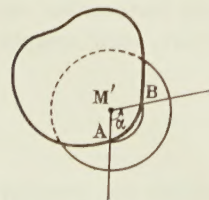


FIG. 1.

Une courbe se déplaçant devant une fente lumineuse uniformément éclairée donne la quantité $\mathcal{D} r$. Un photomultiplicateur suivi d'un adaptateur d'impédance la transforme en courant électrique. Ce courant passant dans un

potentiomètre lié aux bras M'A, M'B, de résistance proportionnelle à l'angle α qu'ils font (fig. 1) entre eux, permet d'obtenir la différence de potentiel cherchée de la forme $K \mathcal{G} r \alpha$, K étant une constante.

L'ensemble est représenté sur la figure 2.

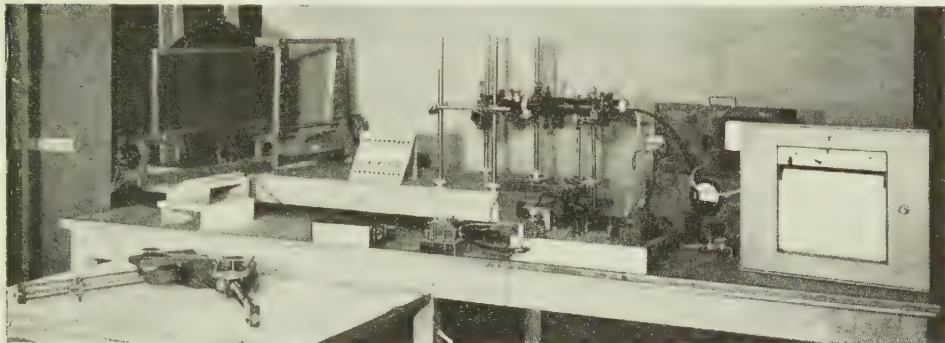


FIG. 2.

2. **Partie mécanique.** — Elle comprend deux bras métalliques constitués chacun par une tige filetée sur laquelle se déplace un index. L'un des bras est relié au potentiomètre P et l'autre à son axe (fig. 3).

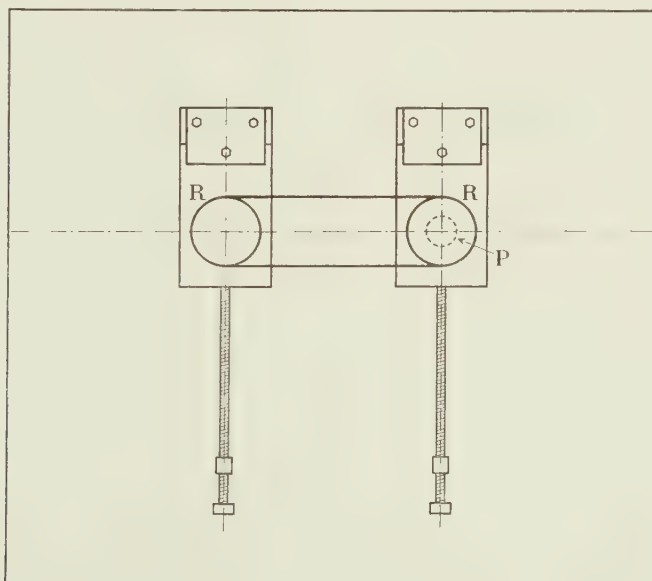


FIG. 3.

On a dû séparer les bras afin de pouvoir obtenir une valeur de résistance nulle, c'est-à-dire l'angle α nul. Il a donc fallu avoir un moyen de transmission d'un

bras à l'autre ; on l'a obtenu à l'aide de deux roues identiques R possédant une rainure et dans chacune desquelles passe un fil doublement enroulé.

D'autre part, il a fallu réaliser le déplacement de la courbe $f(r) = \mathcal{I}r$ devant la fente lumineuse, en synchronisme avec celui des index ; on a eu alors recours à un dispositif à commande automatique Siemens appelé « selsyn ».

La courbe $f(r)$ est découpée dans du papier noir et placée entre deux plaques de verre. Le cadre ainsi formé est entraîné par un écrou qui se déplace sur une tige filetée.

Un moteur électrique, alimenté par le secteur et monté à une extrémité de cette tige, la fait tourner d'un mouvement uniforme imprimant à la courbe la translation de vitesse v . On a adapté à l'autre extrémité un « selsyn » émetteur et deux « selsyn » récepteurs sur chacune des tiges constituant les bras.

Le champ magnétique dans chaque selsyn est créé par un courant alternatif de 50 Hz sous 60 V. Le moteur électrique qui anime la bobine du selsyn émetteur provoque dans celle-ci, à cause des variations de flux magnétique, un courant lequel, recueilli par les « selsyn » récepteurs, leur communique un mouvement synchronisé avec le mouvement de commande. Par suite les index des bras se déplacent à la même vitesse v que la courbe.

3. Dispositif optique. — Il permet d'obtenir un courant proportionnel au produit $\mathcal{I}r$. On a réalisé le montage schématisé par la figure 4.

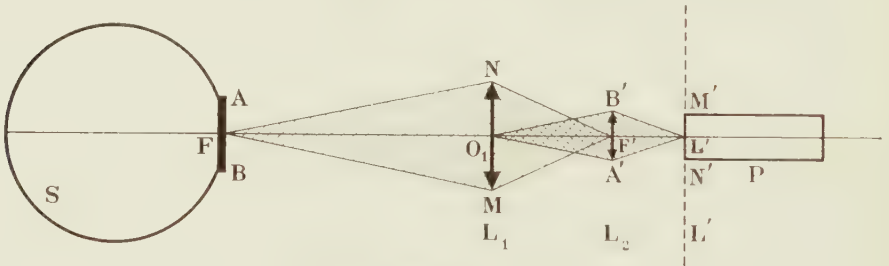


FIG. 4.

La courbe $\mathcal{I}r = f(r)$ a été tracée par points sur du papier noir et, comme nous venons de le voir, elle se déplace à la vitesse constante v devant la fente F d'une sphère intégrante S.

A chaque instant, la hauteur de F est limitée par l'ordonnée $\mathcal{I}r$ de la courbe et le flux émis est proportionnel à $\mathcal{I}r$.

On forme l'image F' de F par une lentille L_1 et en F' est placée une deuxième lentille L_2 qui donne de L_1 une image L' . L'éclairement de L' est ainsi parfaitement uniforme. En effet, le flux lumineux émis par un point P de la fente n'est pas concentré en un point de l'image, mais se trouve réparti dans toute l'image finale L' (fig. 5).

L'intensité lumineuse recueillie en L' étant trop faible pour donner un courant appréciable avec une cellule photoélectrique, on utilise un photomultiplicateur P dont la photocathode est placée dans le plan de L' .

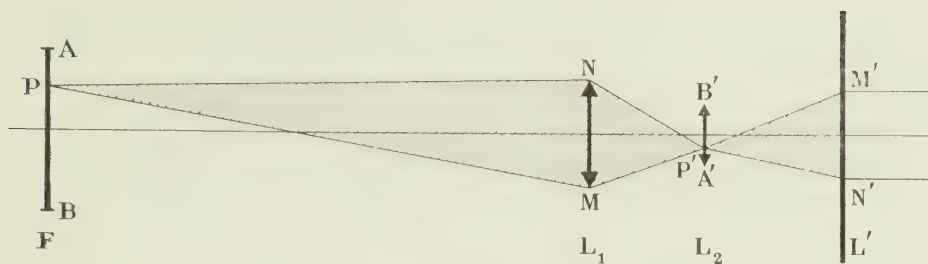


FIG. 5.

4. **Partie électronique** (fig. 6). — Elle comprend : un photomultiplicateur, un adaptateur d'impédance, une alimentation stabilisée, un potentiomètre, un intégrateur et un potentiomètre enregistreur.

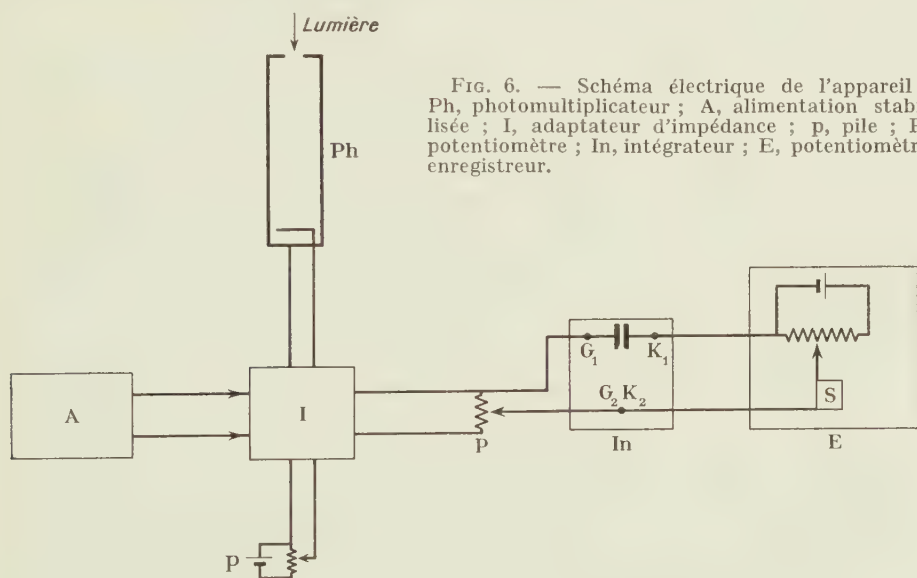


FIG. 6. — Schéma électrique de l'appareil : Ph, photomultiplicateur ; A, alimentation stabilisée ; I, adaptateur d'impédance ; p, pile ; P, potentiomètre ; In, intégrateur ; E, potentiomètre enregistreur.

A) PHOTOMULTIPLICATEUR. —

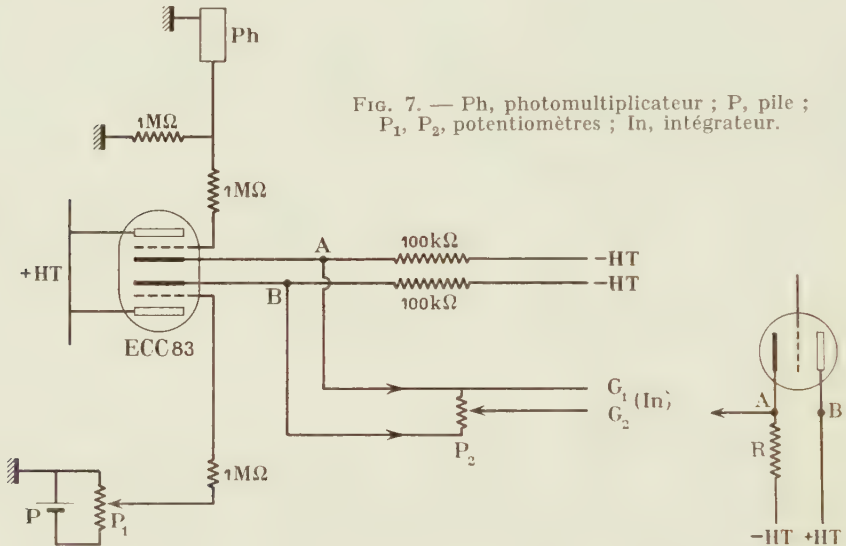
Caractéristiques de l'appareil utilisé $\left\{ \begin{array}{l} \text{P A 11,} \\ 11 \text{ dynodes,} \\ \text{tension d'alimentation 1 600 V.} \end{array} \right.$

L'alimentation du photomultiplicateur est stabilisée et possède un cavalier permettant de mettre la borne de plus haute tension à la masse, ce qui est indispensable.

Il y a photoémission par la photocathode et amplification par les dynodes qui sont le siège d'émissions secondaires et constituent un multiplicateur d'électrons. Le courant d'obscurité varie avec la tension d'alimentation mais il reste toujours faible. On l'élimine en le compensant par le courant d'une pile.

B) ADAPTATEUR D'IMPÉDANCE. — Le courant issu du photomultiplicateur et correspondant à un signal donné traverse une résistance de grande valeur : $1\text{M}\Omega$. L'emploi d'une telle résistance permet pour un courant faible d'obtenir une tension appréciable et accroît encore de cette manière la sensibilité de l'ensemble. Il est alors nécessaire d'intercaler un adaptateur d'impédance entre le photomultiplicateur et le potentiomètre de $60\text{ k}\Omega$ qui fournira une résistance proportionnelle à l'angle α des bras, α pouvant être nul.

Principe (fig. 7). — Le montage réalisé utilise les propriétés de la cathode follower.



Les variations de potentiel obtenues dans la résistance de $1\text{ M}\Omega$ à la sortie du photomultiplicateur sont reçues sur la grille d'une triode, donc sous une impédance pratiquement infinie. Cela permet que la quantité à mesurer, recueillie sur la cathode de la lampe, ne soit pas altérée. Le théorème de Thévenin montre que l'impédance de sortie se chiffre alors par la valeur $1/s$ ou encore ρ/μ (ρ étant la résistance interne de la lampe et μ le coefficient d'amplification), d'où une faible impédance de sortie.

Notre réalisation présente une certaine particularité, puisque nous avons utilisé une double triode (ECC 83). La tension auxiliaire réglable a pour but de compenser le courant d'obscurité du photomultiplicateur en sorte que, cette compensation étant réalisée, le potentiomètre P₂ peut évoluer sans que le cadran de l'intégrateur accuse de déviation. C'est ce que nous avons constaté.

On peut remarquer que la forte valeur de la résistance de cathode ($100\text{ k}\Omega$) nous permet d'avoir un fonctionnement optimum du montage. Cette résistance, étant données les conditions d'emploi de la lampe, produisent une chute de potentiel de 85 V , tension précisément imposée au châssis par le tube à décharge dans l'alimentation stabilisée de la lampe.

C) ALIMENTATION STABILISÉE. — Il est nécessaire d'alimenter l'adaptateur d'impédance par une alimentation stabilisée.

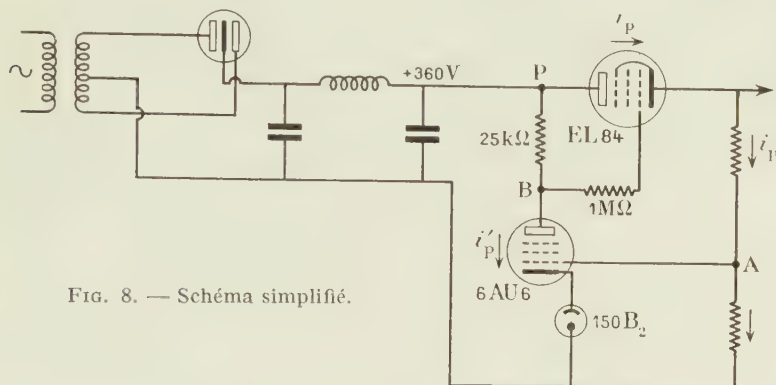


FIG. 8. — Schéma simplifié.

Le courant recueilli au secondaire d'un transformateur (fig. 8) est redressé par une biplaque et filtré de manière à avoir en P une tension continue de l'ordre de $+360$ V. Supposons que cette tension varie ; au point A d'un diviseur de tension, on recueille une partie de ces variations et on les envoie sur la grille de la pentode 6 AU 6.

Supposons que le potentiel V_P augmente, le courant i_p augmente et V_A augmente, le potentiel de la grille de la lampe 6 AU 6 augmente, le courant de plaque i'_p également. La chute de tension dans la lampe, $u = E - R i'_p$, R désignant la résistance interne, est plus faible. Le potentiel en B, V_B , diminue, la cathode étant maintenue au potentiel fixe de 150 V par une lampe stabilisatrice 150 B₂ fonctionnant avec décharge dans un gaz. La tension de grille de la lampe EL 84 diminue ainsi que le courant i_p et le potentiel de A. L'augmentation de potentiel en P n'aura pas d'effet sensible sur le potentiel de A.

En fait, dans le montage définitif dont on a représenté le schéma (fig. 9), les variations du potentiel en A ne sont pas transmises directement à la grille de la lampe 6 AU 6 mais sont d'abord amplifiées. Le point A est relié à la grille d'une double triode ECC 83 dont l'autre grille est maintenue à un potentiel fixe de 85 V par une lampe 85 A₂ fonctionnant aussi avec décharge dans un gaz.

L'emploi de cette double triode dans de telles conditions permet d'obtenir un signal amplifié en phase avec celui issu de A reçu sur l'une des grilles. On a vu, en effet, que l'autre a son potentiel maintenu fixe par la lampe 85 A₂. Supposons que le potentiel augmente au point A ; le courant s'accroît dans la lampe et il en résulte une élévation du potentiel de la cathode par rapport à la tension de référence 85 V, ce qui revient pour cette partie de la lampe à subir une variation négative de sa polarisation de grille. On est alors en opposition de phase avec le signal d'origine, de sorte qu'on obtient à la sortie un accroissement du potentiel de même signe qu'au point A. La lampe 6 AU 6 entre alors en jeu comme on l'a expliqué précédemment. On peut remarquer que dans ce montage de la lampe ECC 83, la première partie directement reliée au point A fonctionne comme cathode follower, tandis que l'autre a un rôle d'amplificateur. D'autre part.

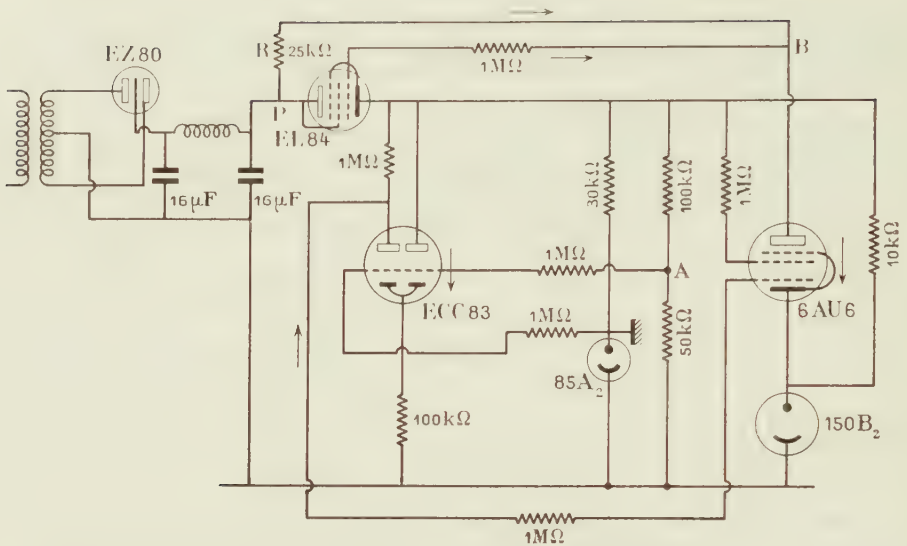


FIG. 9. — Schéma de l'alimentation stabilisée.

on peut voir sur le schéma les grilles reliées aux différents points de tension par l'intermédiaire de résistances élevées 1 MΩ. Leur présence assure la protection des lampes dans les conditions anormales de fonctionnement, ne serait-ce qu'à l'amorçage des tubes stabilisateurs.

A ce sujet nous dirons quelques mots : les tubes stabilisateurs renferment deux ou plusieurs électrodes plongées dans une atmosphère de gaz rare sous des pressions de quelques centimètres de mercure.

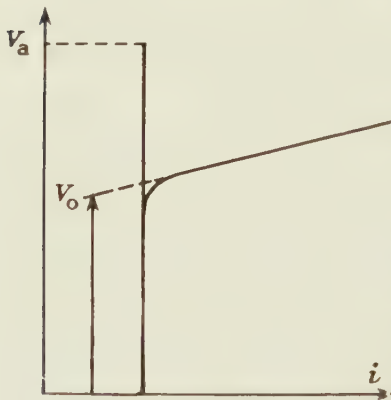


FIG. 10.

La décharge s'établit suivant une certaine loi ; dès lors si le débit varie, la tension aux bornes du tube varie peu en fonction de ce dernier. On a représenté sur la figure 10 la caractéristique d'un tel tube ; la décharge s'amorce pour une tension V en même temps que la tension s'abaisse brusquement. Si l'on augmente le débit, on constate que s'élevant d'abord rapidement, elle varie à peu près linéairement permettant d'écrire dans cette région $V = V_0 + Ri$, R étant la résistance interne du tube traversé par le courant i .

On voit immédiatement que la tension sera d'autant mieux stabilisée en fonction du débit que R sera plus faible. La fabrication

se heurte là à certaines difficultés et nécessite une sélection sévère parmi les tubes.

Remarque. — Outre la stabilisation du courant de plaque de l'adaptateur d'impédance, il faut prendre garde aux répercussions de la variation de la tension

du secteur sur le chauffage des filaments. En effet, la vitesse de sortie des électrons est accrue si la température de la cathode augmente ; il en résulte une modification de la charge d'espace et, par suite, une augmentation du courant de plaque.

On utilise pratiquement, pour neutraliser cet effet, une lampe fer-hydrogène placée en série avec la source de tension alimentant le filament. La propriété d'une telle lampe est d'avoir une résistance différentielle $\Delta V/\Delta i$ élevée. Le montage que nous avons adopté, tel que l'on mesure la tension entre les deux cathodes d'une double triode, est précisément une solution pour compenser de telles variations si bien que nous n'avons pas eu à nous en inquiéter.

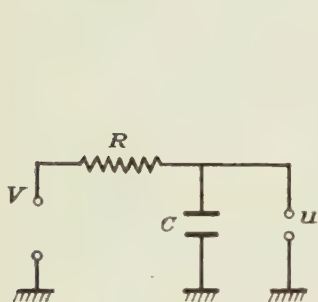


FIG. 11.

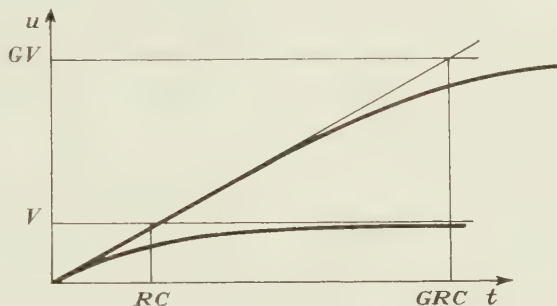


FIG. 12.

D) INTÉGRATEUR. — Il existe différents types de montage intégrateur. Le plus simple est celui de la figure 11. On applique une tension V aux bornes de la capacité C par l'intermédiaire de la résistance R . On a alors

$$i = dq/dt = (V - u)/R ;$$

or

$$u = q/C, \quad dq = C du,$$

d'où l'équation différentielle donnant u

$$RC u' + u - V = 0.$$

Si l'on suppose V constant, on trouve

$$u = V(1 - e^{-t/\tau}), \quad \text{avec } \tau = RC.$$

Si la capacité C est très grande et si la résistance R est très élevée, on peut écrire

$$u = \frac{1}{RC} \int (V - u) dt \simeq \frac{1}{RC} \int V dt ;$$

on admet ainsi, lorsque $V = \text{Cte}$ ($u \simeq Vt$), que l'exponentielle (fig. 12) représentant la variation de u en fonction du temps est confondue avec la tangente à l'origine pendant le temps Δt de l'intégration. Cette approximation est d'autant plus valable que $\Delta t/\tau$ est faible.

L'intégrateur de Miller (fig. 13) améliore le dispositif précédent en utilisant le fait que la capacité

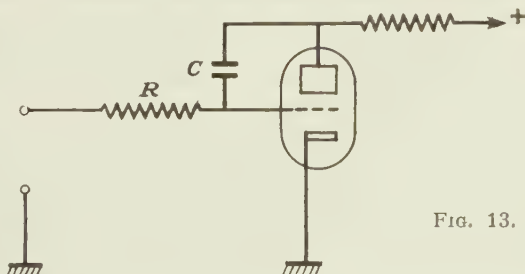


FIG. 13.

grille-plaque d'une lampe amplificatrice est multipliée par le gain G de cette lampe (en fait $1 + G$). Cette particularité présentant d'habitude un inconvénient est ici mise à profit. Le courant passant dans la résistance R est encore $i = (V - u)/R$. Le gain de la lampe étant G , il apparaît à la sortie une variation de potentiel d'anode $-Gu$, lequel s'écrit alors $E - Gu$, E désignant la tension entre la plaque et la cathode. Le potentiel aux bornes de la capacité est donc

$$q/C = E - Gu - u = E - u(1 + G),$$

d'où

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{d}{dt} [E - u(1 + G)] = -C u'(1 + G);$$

or

$$i = (V - u)/R = -C u'(1 + G),$$

par suite

$$u = \frac{1}{RC(1 + G)} \int (V - u) dt.$$

Sous cette forme, on voit apparaître la propriété que nous avons annoncée, à savoir que la capacité est multipliée par $1 + G$.

D'autre part, à la sortie on a

$$Gu = \frac{G}{RC(1 + G)} \int (V - u) dt = GV(1 - e^{-t/\tau}), \text{ avec } \tau = RC(1 + G),$$

d'où la courbe tracée sur la figure 12 montrant immédiatement que, dans ce cas, l'intégration est beaucoup plus rigoureuse pour une même valeur de Δt et, d'autre part, on comprend l'avantage d'avoir le gain le plus grand possible.

Il est intéressant de remarquer que dans un tel montage, lorsque le gain est

élevé, la tension de sortie est indépendante de ce gain. Ce dernier peut varier au cours de l'intégration sans que la réponse observée au bout d'un temps Δt soit affectée.

Le montage que nous avons réalisé est différent de ceux qui précèdent et s'inspire de l'intégrateur Lemouzy. La disposition est analogue, comme l'indique la figure 14, mais la capacité est branchée entre les

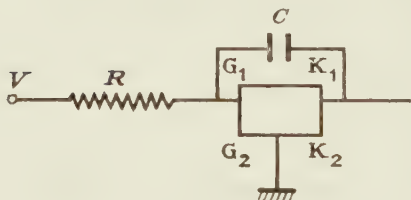


FIG. 14.

bornes d'entrée et de sortie de l'ensemble représenté sur la figure 15.

Cet ensemble est un amplificateur de gain très élevé puisqu'il peut atteindre un milliard (10^9). Une telle amplification, l'entrée se faisant entre G_1 et G_2 , est obtenue grâce à la symétrie du montage. On peut remarquer par exemple l'alimentation en croix des écrans des deux lampes d'entrée (EF 86) à partir de la charge de plaque de la lampe opposée.

D'autre part, pour une tension appliquée entre les bornes G_1 , K_1 , l'appareil se comporte comme un convertisseur d'impédance parfait.

Le fonctionnement de l'intégrateur s'explique de la même manière que dans le cas de l'intégrateur de Miller. Mais, cette fois la constante de temps $\tau = RC(1 + G)$ est considérable puisque $G = 10^9$, les valeurs de R et C étant respectivement

100 M Ω et 0,3 μ F. On voit que l'intégration peut être rigoureuse même au bout d'un temps relativement long.

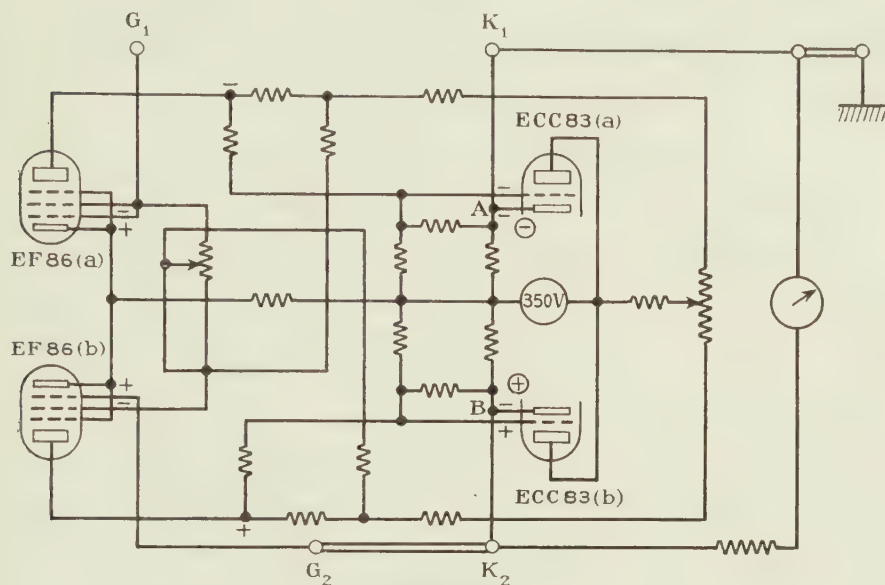


FIG. 15.

La fréquence d'intégration n'est limitée que par la capacité propre de la résistance R et par celle des connexions.

Mais un point important dont il faut tenir compte est la présence du courant de grille dû à l'ionisation du gaz résiduel dans la lampe. Nous avons cherché à déterminer expérimentalement sa valeur. Pour cela, on a procédé de la façon suivante : un voltmètre placé à la sortie de l'appareil en l'absence du condensateur d'intégration indique une tension croissant uniformément avec le temps et se stabilisant vers 5 V. On constate donc, aucune tension n'étant appliquée à l'entrée, un effet d'intégration dans la capacité grille-plaque qui est dû précisément au courant de grille. Pour évaluer ce courant, nous avons mesuré la capacité grille-plaque et trouvé 12 pF. D'autre part, le temps mis pour atteindre la tension de 6 V était de 5 s ; par suite, la tension par seconde est 1,2, le potentiel étant $q/C = 1,2 t$; $i = C \times 1,2 = 12 \times 10^{-12} \times 1,2 \text{ A} = 14 \cdot 10^{-12} \text{ A}$. Supposons que la durée d'intégration soit de 3 mn ; on a $q = 180 \times 14 \times 10^{-12} \text{ C}$. Or, le condensateur utilisé pour l'intégration a une capacité de 300 000 pF, la tension parasite introduite est donc

$$V = \frac{180 \times 14 \times 10^{-12}}{300\,000 \times 10^{-12}} = \frac{6 \times 14}{10\,000} \simeq 0,008 \text{ V}.$$

Nous avons en définitive adopté une durée d'intégration de 2 mn environ, ce qui nous permet d'avoir une erreur inférieure à 0,01 V, valeur négligeable dans les conditions d'emploi de l'intégrateur.

En effet, la sensibilité choisie est telle que les 100 divisions du cadran correspondent à 20 V, soit une division à 0,2 V. Par suite, il faudrait avoir besoin d'apprécier sur le cadran $1/20$ de division pour que l'erreur due au courant de grille soit gênante. En fait on ne peut faire la lecture qu'à $2/10$ de division près et cette erreur, déjà négligeable, représente 4 fois l'erreur due au courant de grille.

E) POTENTIOMÈTRE ENREGISTREUR (fig. 16). — Il nous a été indispensable

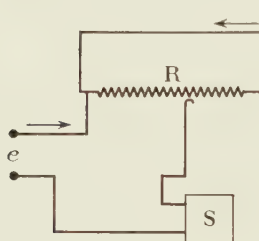


FIG. 16.

pour assurer la mise au point de l'intégrateur. Il est destiné aux mesures des faibles tensions continues. La mesure s'opère par la méthode d'opposition. Elle ne peut être faite qu'avec des sources de faible impédance, 500 Ω au maximum. Il était donc nécessaire que l'intégrateur ait un adaptateur d'impédance.

La résistance R est parcourue par un courant continu fixe. La différence de potentiel

à mesurer est appliquée entre une extrémité de R et un curseur mobile.

On prélève sur R une tension égale à celle appliquée aux bornes d'entrée, l'égalité étant assurée par un servomoteur S placé sur le circuit d'entrée, qui déplace le curseur dans un sens tel que la tension différentielle s'annule. C'est cette dernière qui, convertie en tension alternative, puis amplifiée, alimente le servomoteur.

Cet appareil mesure les tensions de 0 à 500 mV ; un diviseur de tension approprié abaisse la différence de potentiel entre les bornes de sortie de l'intégrateur à une valeur inférieure à 500 mV.

II. Résultats

1. Etude de disques opaques. —

L'appareil réalisé, nous avons dû nous assurer que les résultats qu'il donnait relativement à des objets-types déjà étudiés étaient en accord, à la tolérance près, avec ceux obtenus par le calcul pour ces mêmes objets. Cette tolérance, à savoir 0,02 en valeur absolue sur l'intensité, est légitime puisqu'elle représente le seuil du contraste visible pour l'œil.

Nous avons, au cours des mesures, observé toutes les précautions nécessaires pour éliminer les causes d'erreur. En particulier, pour que la réponse du photomultiplicateur ne

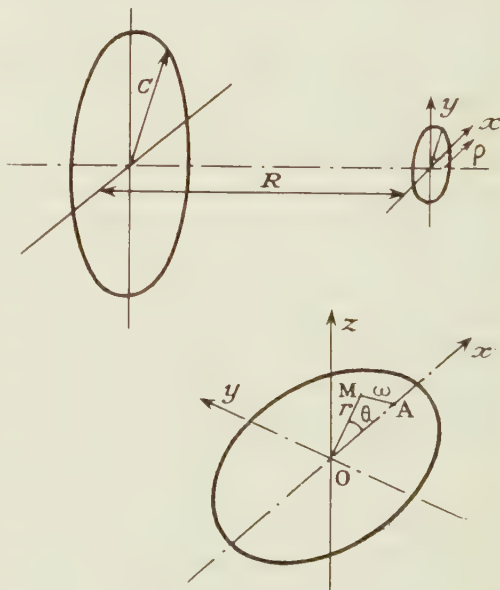


FIG. 17.

varie pas dans le temps, il faut, avant de l'utiliser, l'avoir mis sous tension depuis environ trois quarts d'heure, le courant d'obscurité étant alors stabilisé.

Nous nous sommes référé en premier lieu à un travail de Weinstein concernant les images de disques. Nous indiquerons ici (fig. 17) les notations employées dans son calcul : a et ρ sont respectivement le rayon du disque et l'abscisse d'un point où l'on veut connaître l'intensité, dans le système de coordonnées

$$u = \frac{2 \pi n c}{\lambda R} x, \quad v = \frac{2 \pi n c}{\lambda R} y;$$

c est le rayon de la pupille, R la distance au plan image, n l'indice de réfraction du milieu image.

Soit le point A d'abscisse ρ où l'on veut calculer l'intensité, M(r , θ) étant un point du domaine intérieur au cercle, avec $\widehat{AM} = \omega$; on a

$$I_A = \int_0^a \int_0^{2\pi} \frac{J_1^2(\omega)}{\omega^2} r \, dr \, d\theta,$$

avec $\omega = +(r^2 + \rho^2 - 2\rho r \cos \theta)^{1/2}$. Weinstein développe en série $J_1^2(\omega)/\omega^2$.

Nous nous sommes placé dans le cas d'un cercle de rayon $a = 3$. Cherchons à quelle dimension d'objet correspond cette valeur, sachant que le rayon du premier anneau de la tache de diffraction que nous avons dessinée, a la dimension de 93 mm. Posons $x = k \cdot 1,22\lambda/2n \sin u$, donc

$$a = \frac{2 \pi n c x}{\lambda R} = \frac{k \cdot 1,22 \lambda}{2n \sin u} \times \frac{2 \pi n c}{R} = k \cdot 1,22 \pi;$$

or $1,22 = 3,83/\pi$, par suite $k = a/3,83$ et, pour $a = 3$, $k = 3/3,83$; d'où le rayon du disque que l'on doit utiliser sur l'intégrateur : $R = 3 \times 93/3,83 = 72,8$ mm. Si $\rho = 3 = a$ on se trouve au bord du cercle; par suite l'unité d'abscisse employée par Weinstein correspond au tiers du rayon R . Nous avons donc calculé l'intensité aux points se trouvant à des distances multiples de $R/3$, cela nous permettant de comparer nos valeurs numériques obtenues à celles données par Weinstein.

I. A) MESURES POUR $a = 3$. — Chaque mesure comporte deux lectures puisque le résultat concernant les anneaux est en fait multiplié par 5 (tableau I).

TABLEAU I

y'	I_1	I_2	$\frac{I_2 - I_1}{5}$	I	y'	I_1	I_2	$\frac{I_2 - I_1}{5}$	I
1	2	16	$\frac{16 - 2}{5} = 2,8$	4,8	6	16,2	28,8	$\frac{28,8 - 16,2}{5} = 2,5$	18,7
2	5,4	19	$\frac{19 - 5,4}{5} = 2,72$	8,1	7	16,2	29,5	$\frac{29,5 - 16,2}{5} = 2,6$	18,8
3	9,8	22,6	$\frac{22,6 - 9,8}{5} = 2,6$	12,4	8	16,2	29,2	$\frac{29,2 - 16,2}{5} = 2,6$	18,8
4	13,9	26	$\frac{26 - 13,9}{5} = 2,4$	16,3	9	16,2	30	$\frac{30 - 16,2}{5} = 2,8$	19
5	15,6	28,6	$\frac{28,6 - 15,6}{5} = 2,6$	18,2	10	16,2	30	$\frac{30 - 16,2}{5} = 2,8$	19

Remarque. — Nous avons pu contrôler chaque fois l'intensité au centre du disque étudié. En effet, comme nous le rappellerons plus loin, l'expression de l'amplitude $A(z')$ en un point du phénomène de diffraction, compte tenu du changement de variable $2\pi\alpha'z'/\lambda = z$, s'écrit

$$A(z') = \frac{iR}{\lambda} \pi \alpha'^2 \frac{2J_1(z)}{z}$$

et, en écrivant que pour $z = 0$, $A(0) = 1$, il vient

$$D(z') = [A(z')]^2 = \left[\frac{2J_1(z)}{z} \right]^2,$$

$D(z')$ caractérisant la répartition de l'intensité dans le phénomène de diffraction : l'énergie s'obtiendra donc en calculant le volume

$$V = \int_0^z \frac{4J_1^2(z)}{z^2} 2\pi z dz = 8\pi \int_0^z \frac{J_1^2(z)}{z} dz;$$

or on connaît les relations

$$J_1'(z) = -\frac{J_1(z)}{z} + J_0(z), \quad J_1(z) = -J_0'(z).$$

d'où

$$\frac{J_1^2(z)}{z} = J_1(z) [J_0(z) - J_1'(z)] = -J_0(z) J_0'(z) - J_1(z) J_1'(z)$$

et

$$V = -\frac{8\pi}{2} [J_0^2(z) + J_1^2(z)]_0^z; \text{ or } J_0(0) = 1, J_1(0) = 0,$$

$$V = 4\pi [1 - J_0^2(z) - J_1^2(z)].$$

Si z tend vers l'infini, V tend vers 4π ; par suite, l'énergie à l'extérieur d'un cercle de rayon z , c'est-à-dire l'intensité au centre d'un disque opaque de rayon z , sera, en prenant l'énergie totale pour unité, $V_e = J_0^2(z) + J_1^2(z)$; à l'intérieur du cercle on a $V_i = 1 - J_0^2(z) - J_1^2(z)$.

Ici, au centre, c'est-à-dire pour $\rho = 0$, on a fait les mesures suivantes : 15,3 ; 16,2 ; 30. 15,3 correspond au bord de l'objet, 16,2 au premier anneau, 30 est la mesure finale ; par suite, le volume du solide de diffraction extérieur à l'objet est donné par

$$16,2 - 15,3 + \frac{30 - 16,2}{5} = 0,9 + 2,8 = 3,7;$$

le volume total du solide de diffraction est

$$16,2 + \frac{30 - 16,2}{5} = 19;$$

par suite si l'on prend égale à l'unité l'intensité en un point du plan-image en l'absence d'objet, on a, au centre du disque, $I = 3,7/19 = 0,194$; or, on a vu précédemment que l'on avait

$$I = J_0^2(3) + J_1^2(3) = (0,2604)^2 + (0,3394)^2 = 0,183;$$

par suite l'erreur est $d = 0,194 - 0,183 = 0,011$, soit 1,1 %.

La courbe correspondante est tracée sur la figure 18.

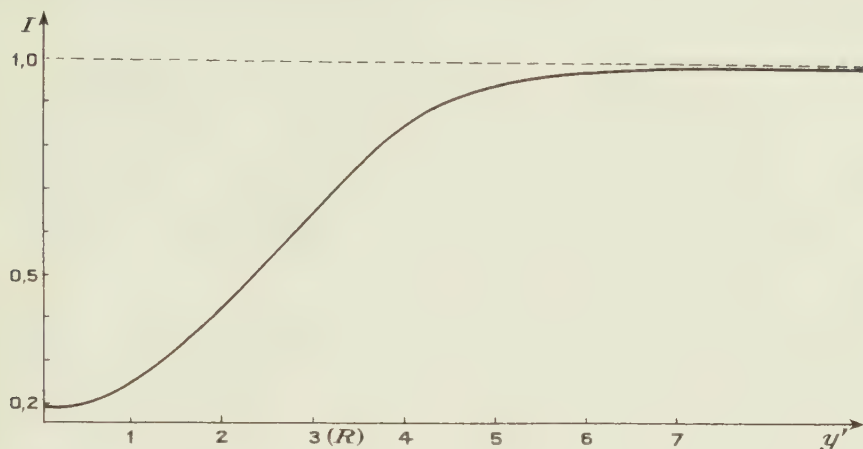


FIG. 18.

B) VÉRIFICATION UTILISANT LES VALEURS TROUVÉES PAR WEINSTEIN. — Weinstein a bien voulu nous communiquer les valeurs qu'il a obtenues par le calcul. Elles concernent un disque clair sur fond sombre. Nous avons donc envisagé ce cas à partir de nos mesures en prenant cette fois, égale à l'unité, l'intensité au centre du disque clair.

Par suite, en utilisant les résultats donnés par l'intégrateur, on a

($\rho = 1$)	$I = \frac{19 - 4,8}{19 - 3,7} = \frac{14,2}{15,3} = 0,928$	(0,932 0 , $d = 0,004$)
($\rho = 2$)	$I = \frac{19 - 8,1}{15,3} = \frac{10,9}{15,3} = 0,712$	(0,729 1 , $d = 0,017$)
($\rho = 3$)	$I = \frac{19 - 12,4}{15,3} = \frac{6,6}{15,3} = 0,431$	(0,440 5 , $d = 0,009$)
($\rho = 4$)	$I = \frac{19 - 16,3}{15,3} = \frac{2,7}{15,3} = 0,176$	(0,185 8 , $d = 0,009$)
($\rho = 5$)	$I = \frac{19 - 18,2}{15,3} = \frac{0,8}{15,3} = 0,052$	(0,051 9 , $d = 0,001$)
($\rho = 6$)	$I = \frac{19 - 18,7}{15,3} = \frac{0,3}{15,3} = 0,019$	(0,018 4 , $d = 0,001$)
($\rho = 7$)	$I = \frac{19 - 18,8}{15,3} = \frac{0,2}{15,3} = 0,013$	(0,014 4 , $d = 0,001$)
($\rho = 8$)	$I = \frac{19 - 18,8}{15,3} = \frac{0,2}{15,3} = 0,013$	(0,008 6 , $d = 0,005$)

les parenthèses indiquent l'intensité calculée par Weinstein et la différence d avec nos mesures.

On constate que l'erreur est en général inférieure à 2 % et pratiquement tou-

jours dans le même sens. Nous avons tracé les deux courbes sur un même graphique (fig. 19).

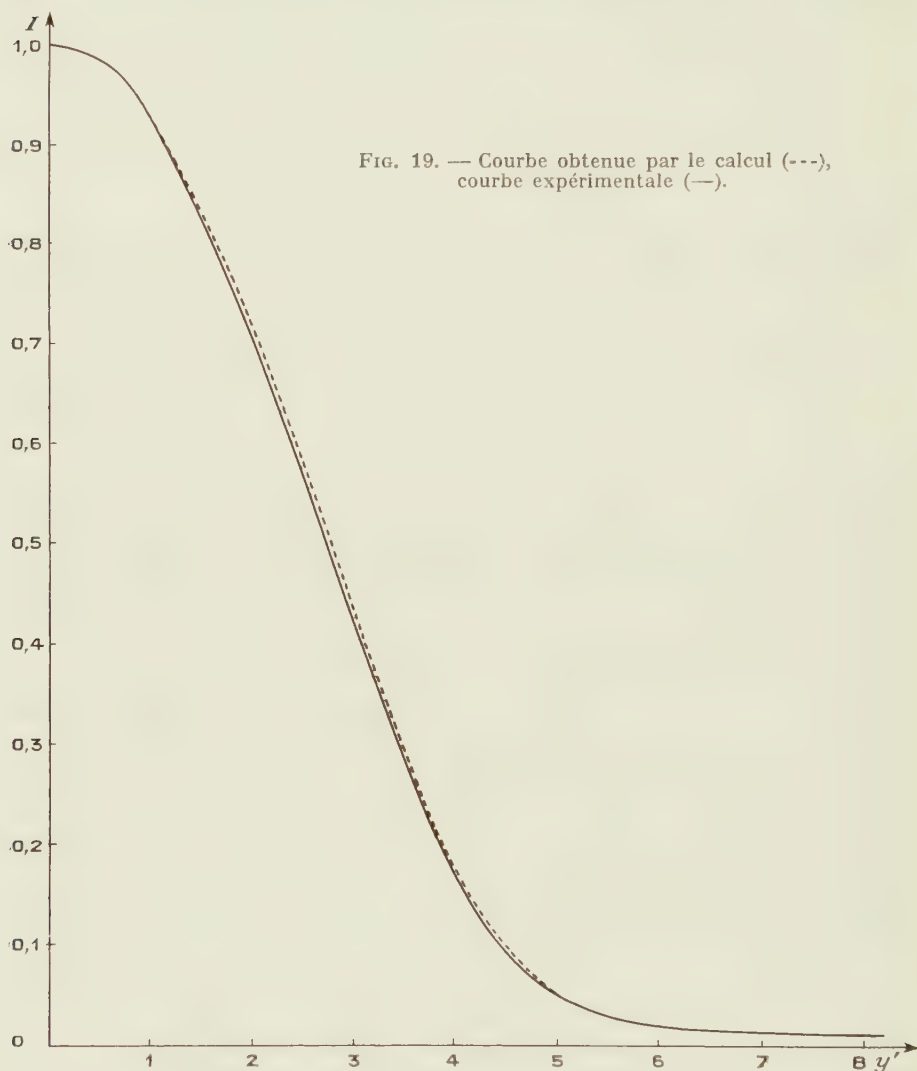


FIG. 19. — Courbe obtenue par le calcul (---),
courbe expérimentale (—).

Nous avons étudié d'autres cas mais, cette fois, en donnant au disque un rayon qui soit une fraction du rayon de la tache de diffraction. Nous vérifions dans ces mesures, autant qu'il est possible, la précision obtenue qui est en général de 0,02, donc un peu moins bonne que dans les mesures de comparaisons que nous avons refaites étant plus habitué à l'appareil.

2. $R = \rho/4$ (fig. 20) ; l'unité d'abscisse correspond ici au quart du rayon de la tache de diffraction, soit au rayon R de l'objet. On a calculé les valeurs de I

correspondant à un maximum égal à 48,8 afin de pouvoir tracer les courbes sur un même graphique (tableau II).

On voit apparaître une frange au bord comme on pouvait s'y attendre. On peut calculer l'intensité au centre par les fonctions de Bessel

$$I = J_0^2\left(\frac{3,8}{4}\right) + J_1^2\left(\frac{3,8}{4}\right) = 0,62 + 0,18 = 0,80;$$

l'intégrateur donne $I = 35,2/43 = 0,813$, donc l'erreur est inférieure à 0,02. On

a vu en étudiant le disque $a = 3$ que cette erreur était quasiment constante dans une même région de la courbe et, de l'ordre de $1/1000$ loin du centre ; c'est ce qui nous permet d'observer l'allure de la courbe avec suffisamment de précision.

3. $R = 3\rho/4$ (fig. 20) ; l'unité d'abscisse est le quart du rayon du disque (tableau III).

Dans les mesures précédentes, l'intensité correspondant au premier anneau de la tache de diffraction était 42.

Dans les mesures qui suivent (tableau IV), ayant opéré dans des conditions un peu différentes, on avait non plus 42, mais 36 ; par suite, les résultats ont dû être multipliés par le facteur $42/36$.

TABLEAU II

y'	$I(43)$	$I(48,8)$	y'	$I(43)$	$I(48,8)$
0	35,2	39,9	5	42,5	48,2
1	37,3	42,3	6	42,3	48
2	40,2	45,6	7	42	47,66
3	42,5	48,2	8	42,1	47,77
4	43	48,8	9	42,5	48,2

TABLEAU III

y'	I_1	I_2	$(I_2 - I_1)/5$	I
0	3,5	37,5	$34/5=6,8$	10,3
1	5,5	41	$35,5/5=7,1$	12,6
2	10 10,5	43 44	$33/5=6,6$ $33,5/5=6,7$	16,8
3	17	54	$37/5=7,4$	24,4

TABLEAU IV

y'	I_1	I_2	$(I_2 - I_1)/5$	$I(36)$	$I(42)$
4	22	47	$25/5=5$	27	31,5
5	27	50	$23/5=4,6$	31,6	36,8
6	31	53	$22/5=4,5$	35,5	41,4
7	36	58	$22/5=4,5$	40,5	47,25
8	41,5	70,5	$29/5=5,8$		47,3

En l'absence d'objet, on trouve $I = 48,8$.

L'intensité au centre est, par le calcul, $J_0^2(3 \times 3,83/4) + J_1^2(3 \times 3,83/4) = 0,19$; les mesures donnent $10,3/48,8 = 0,21$, donc une erreur de 0,02.

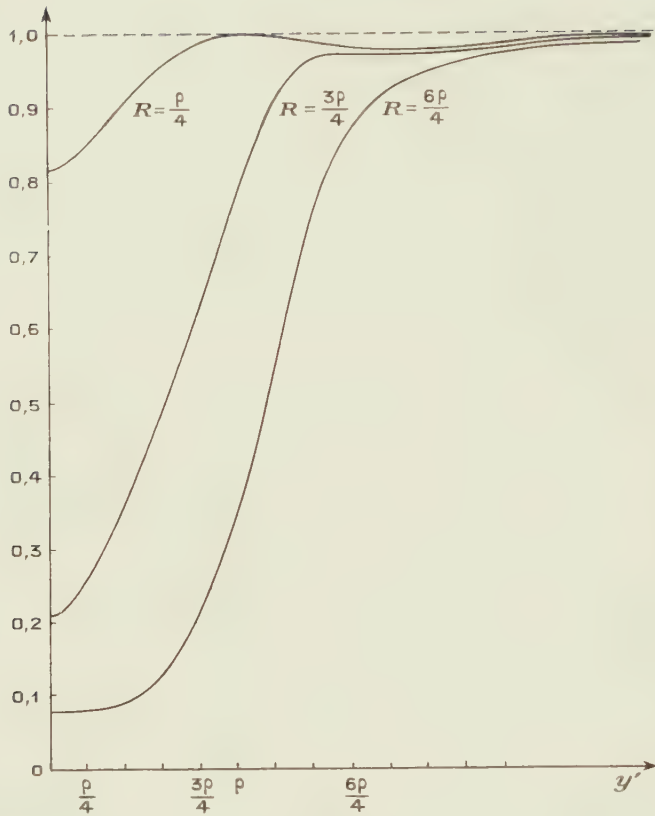


FIG. 20.

TABLEAU V

y'	I_1	I_2	$(I_2 - I_1)/5$	I
0	0	20	$20/5 = 4$	4
1	0,5	20	$19,5/5 = 3,9$	4,4
2	6	29	$23/5 = 4,6$	10,6
3	22	45	$23/5 = 4,6$	26,6
4	37,5	62	$24/5 = 4,9$	42,4
5	41	67	$26/5 = 5,2$	46,2
6	42	68,5	$26,5/5 = 5,3$	47,3
7	42	70,5	$28,5/5 = 5,7$	47,7
8	42	75,3	$33,3/5 = 6,6$	48,6
9	42	76	$34/5 = 6,8$	48,8

4. $R = 3\rho/2$ (fig. 20) ; l'unité d'abscisse est le quart du rayon du disque (tableau V).

Nous avons encore ici au centre du disque

$$\begin{aligned}
 I &= J_0^2(3 \times 3,83/2) + J_1^2(3 \times 3,83/2) \\
 &= J_0^2(5,745) + J_1^2(5,745) \\
 &= (0,074\ 4)^2 + (0,318\ 6)^2 \simeq 0,107.
 \end{aligned}$$

Cette valeur est approchée car on a dû procéder par interpolation et le chiffre 7 n'est pas certain. L'intensité est donnée également par $I = 4/48,8 = 0,082$, d'où une erreur $d = 0,107 - 0,082 = 0,025$.

Nous n'avons donc pas encore, bien qu'une telle mesure soit acceptable, la précision indiquée lors de

la comparaison aux résultats de Weinstein.

Les trois courbes correspondant à chaque cas ont été tracées sur un même graphique (fig. 20).

5. $R = 12$ unités de diffraction (fig. 21). — Le rayon du cercle est divisé en 4 parties ; chaque partie vaut 3 unités de diffraction. Les mesures que l'on a faites (tableau VI) sont relatives à des points séparés régulièrement par une telle distance. La première mesure, indice zéro, corres-

TABLEAU VI

$z/3$	I_1	I_2	I
0	0	$4/5=0,8$	$0,8/21,4=0,037$
1	0	$5/5=1$	$1/21,4=0,046$
2	0	$6/5=1,2$	$1,2/21,4=0,056$
3	0	$10,3/5=2,06$	$2,06/21,4=0,096$
4	10,2	$11,3/5=2,26$	$12,46/21,4=0,582$
5	17,5	$13/5=2,6$	$20,1/21,4=0,939$
6	18	$16/5=3,2$	$21,2/21,4=0,990$
7	18	$16,5/5=3,3$	$21,3/21,4=0,995$
8	18	$17/5=3,4$	$21,4/21,4=1$

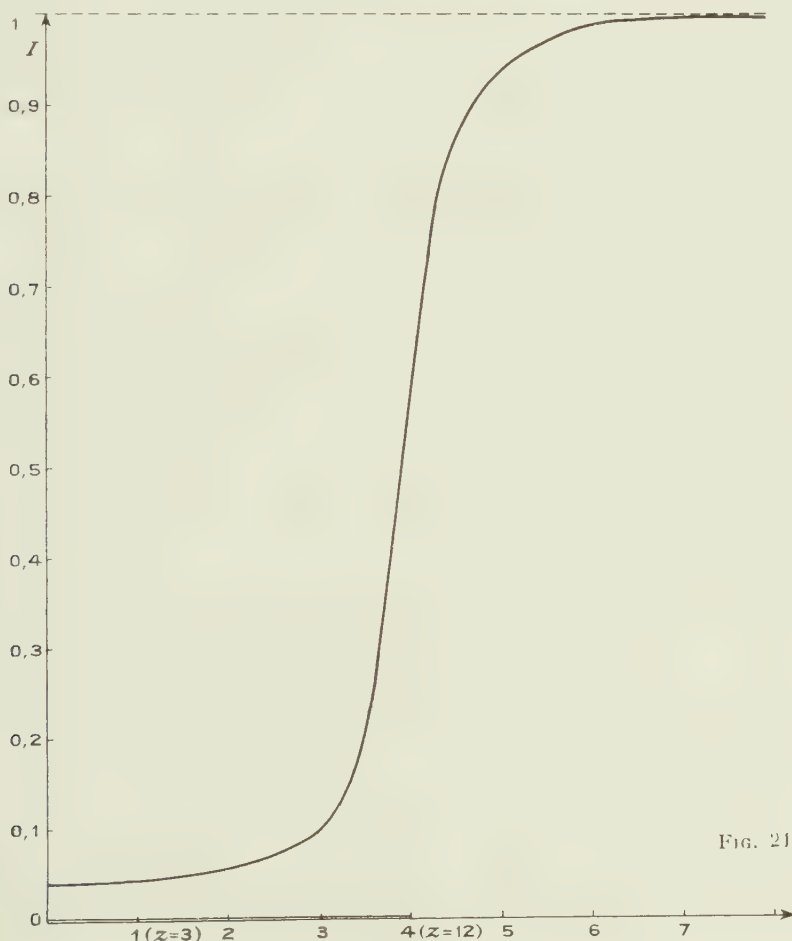


FIG. 21.

pond au centre ; enfin, l'intensité en l'absence d'objet est $18 + (17/5) = 21,4$.

Précision. — 1° Dans la mesure de l'intensité en l'absence d'objet, la valeur $17/5 = 3,4$ correspond à l'intensité au centre d'un cercle dont la dimension serait celle du premier anneau de la tache de diffraction ; or, on sait qu'elle est 0,16 ; la valeur citée plus haut donne $I = 3,4/21,4 = 0,158$, soit une erreur de 0,002.

2° Au centre du cercle étudié on a

$I = J_1^2(12) + J_0^2(12) = (0,047\ 7)^2 + (0,223\ 4)^2 = 0,049\ 9 + 0,002\ 2 = 0,052\ 1$; nous avons donc l'erreur suivante : $0,052\ 1 - 0,037 = 0,015\ 1$, qui est inférieure à 0,02.

2. Bord de plage et lignes d'épaisseur non négligeable. — Nous utiliserons dans cette étude un certain nombre de résultats obtenus de la façon suivante.

1. Image d'un point sans dimension. — On considère (fig. 22) une calotte

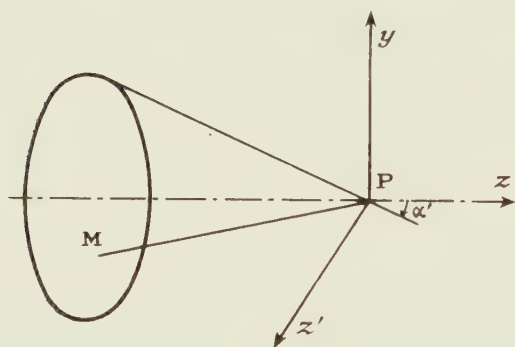


FIG. 22.

sphérique de rayon R limitée par le contour de la pupille et centrée en P origine des axes. On définit un point M de cette calotte par les cosinus directeurs β' , γ' de la direction MP , α' désignant l'ouverture angulaire maximum du faisceau qui converge vers P . On désigne par $F(\beta', \gamma')$ l'amplitude de la vibration au point M . L'instrument étant supposé stigmatique, $F(\beta', \gamma')$ est constant à l'intérieur de la pupille et nul à l'extérieur.

P étant l'image géométrique d'un point-source, l'expression de l'amplitude $A(y', z')$ dans le phénomène de diffraction découle du principe de Huygens-Fresnel :

$$A(y', z') = \frac{i R}{\lambda} e^{-ikR} \iint F(\beta', \gamma') e^{-ik(\beta'y' + \gamma'z')} d\beta' d\gamma' ;$$

$F(\beta', \gamma')$ représente en fait l'amplitude du champ électrique sur la calotte sphérique considérée. Or, on montre alors que le champ induit en P s'écrit

$$E_P = \frac{i e^{-ikR}}{\lambda R} \iint F(\beta', \gamma') R^2 d\beta' d\gamma'$$

et si R est un multiple entier de λ , ce que l'on peut supposer, $e^{-ikR} = 1$ ($k = 2\pi/\lambda$) d'où,

$$E_P = \frac{i R}{\lambda} \iint F(\beta', \gamma') d\beta' d\gamma' ;$$

on constate la présence du facteur i introduisant le déphasage $\pi/2$ au point P' de coordonnées y', z' ; on aura donc pour l'amplitude du phénomène de diffraction

$$A(y', z') = \frac{i R}{\lambda} \iint F(\beta', \gamma') e^{-ik(\beta' y' + \gamma' z')} d\beta' d\gamma'$$

Le calcul fait donc intervenir la transformation de Fourier pour la fonction $F(\beta', \gamma')$. L'instrument étant supposé stigmatique, on peut prendre $F(\beta', \gamma') \equiv 1$ à l'intérieur de la pupille; on a alors

$$A(y', z') = \frac{i R}{\lambda} \iint [\cos k(\beta' y' + \gamma' z') - i \sin k(\beta' y' + \gamma' z')] d\beta' d\gamma'.$$

Le phénomène étant de révolution, on peut choisir P' sur l'axe Pz' ($y' = 0$); or, par raison de symétrie,

$$\iint \sin k \gamma' z' d\beta' d\gamma' = 0,$$

par suite

$$A(z') = \frac{i R}{\lambda} \iint \cos k \gamma' z' d\beta' d\gamma'.$$

On trouve

$$A(Y') = \frac{i \pi \alpha'^2 R}{\lambda} \frac{2 J_1(Z)}{Z},$$

avec

$$Y' = \sqrt{y'^2 + z'^2}, \quad Z = 2 \pi \alpha' Y' / \lambda.$$

Ayant ainsi obtenu la répartition des éclairéments dans l'image d'un point (tache d'Airy) nous pouvons aborder le cas d'objets étendus tels que bord de plage et ignes.

2. *Contraste d'une ligne noire.* — Nous envisageons ici le cas d'une ligne d'épaisseur ε , ε étant suffisamment petit pour que l'approximation $dy \simeq \varepsilon$ soit valable. On peut écrire l'intensité au point de coordonnées $y' = y$, $z' = z$:

$$I(y', z') = \iint D(y' - y, z' - z) dy dz - \varepsilon \iint D(y', Z) dZ$$

ou encore $I(y', z') = E - \varepsilon S(y')$, E désignant l'énergie totale contenue dans le phénomène de diffraction et $S(y')$ l'aire de la section du solide de diffraction. Or, on a

$$S(y') = \int A(y', z') A^*(y', z') dz'$$

et, d'autre part,

$$A(y', z') = \frac{i R}{\lambda} \int e^{-ik\gamma' z'} \left(\int F(\beta', \gamma') e^{-ik\beta' y'} d\beta' \right) d\gamma'$$

apparaît sous cette forme comme la transformée de Fourier à une variable de la fonction

$$f(\gamma', y') = \frac{i R}{\lambda} \int F(\beta', \gamma') e^{-ik\beta' y'} d\beta'.$$

Par suite, le théorème de Plancherel permet d'écrire

$$S(y') = \lambda \int f(\gamma', y') f^*(\gamma', y') d\gamma';$$

en fait, pour évaluer le contraste, on ne s'intéresse qu'au maximum de S obtenu pour $y' = 0$:

$$f(\gamma', 0) = \frac{i R}{\lambda} \int_{-\sqrt{\alpha'^2 - \gamma'^2}}^{\sqrt{\alpha'^2 - \gamma'^2}} d\beta = \frac{2 i R}{\lambda} \sqrt{\alpha'^2 - \gamma'^2},$$

$$S(0) = \frac{4 R^2}{\lambda} \int_{-\alpha'}^{+\alpha'} (\alpha'^2 - \gamma'^2) d\gamma' = \frac{16 R^2}{3 \lambda} \alpha'^3$$

et le contraste comme on a coutume de le définir s'écrit $\mathcal{C} = 16 R^2 \varepsilon \alpha'^3 / 3 \lambda E$.

Mais on peut donner à E une expression différente : en effet, l'énergie contenue dans le phénomène de diffraction est égale à celle répartie sur la calotte sphérique où l'on a supposé $F(\beta', \gamma') = 1$: soient y, z les coordonnées d'un point sur la calotte, on a $y = R \beta'$, $dy = R d\beta'$; $z = R \gamma'$, $dz = R d\gamma'$ et, par suite,

$$E = \iint R^2 |F|^2 d\beta' d\gamma'.$$

Or $d\omega = dx dy / R^2 = d\beta' d\gamma'$; $d\omega$ désigne l'angle solide élémentaire relatif à la pupille et issu du point P ; on en déduit $E = R^2 \omega$, ω concerne cette fois la pupille en totalité et $\omega \simeq \pi R^2 \alpha'^2 / R^2$, d'où

$$\mathcal{C} = 16 \varepsilon \alpha'^3 / 3 \lambda \omega = 16 \varepsilon \alpha' / 3 \pi \lambda.$$

3. *Bord de plage.* — La figure 23 donne la courbe des éclairissements tracée à partir des mesures que nous indiquons plus loin (tableau VII).

Nous supposons l'objet placé de telle manière que, pour $y < 0$, $O(y, z) = 0$ et, pour $y > 0$, $O(y, z) = 1$; par suite, en un point de coordonnées y', z' du plan-image, on a

$$I(y', z') = \int_0^\infty dy \int_{-\infty}^{+\infty} D(y' - y, z' - z) dz = \int_0^\infty S(y' - y) dy$$

et, faisant le changement de variable $y' - y = Y$, il vient

$$I(y') = \int_{-\infty}^{y'} S(Y) dY ;$$

la pente de la courbe correspondante est donc $dI/dy' = S(y')$.

On définit alors le segment $\Delta y'$ sur l'axe Oy' : la tangente de pente $S(0)$ au point de la courbe $y' = 0$ coupe l'axe des y' en un point A et l'asymptote de cette courbe en un point B dont la projection b sur l'axe Oy' limite le segment $\Delta y'$ (fig. 23).

On a donc, en désignant par E l'éclairement vers lequel tend asymptotiquement la

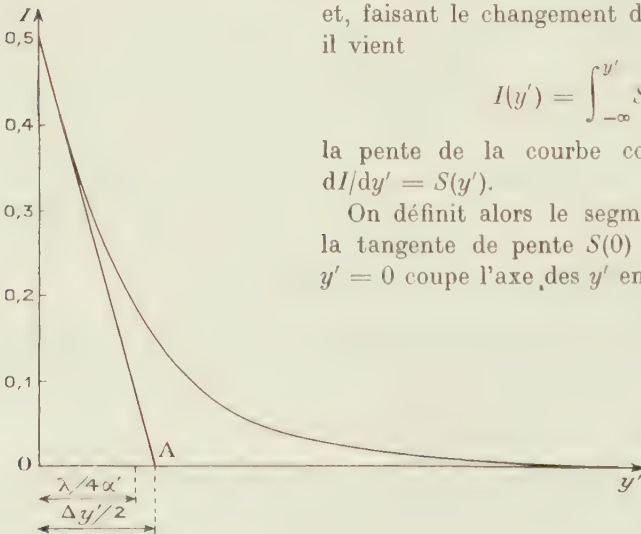


FIG. 23.

courbe, $E = S(0) \Delta y'$; par suite,
 puisque $E = R^2 \omega = R^2 \pi \alpha'^2$,

$$\Delta y' = R^2 \pi \alpha'^2 \frac{3 \lambda / 16}{R^2 \alpha'^2 \alpha'} \\ = 3 \pi \lambda / 16 \alpha' .$$

TABLEAU VII

z'	i_1	i_2	$I = \frac{i_1 + i_2 - i_1}{5}$	
$\lambda / 16 \alpha'$	12,9	2,3	15,2	I_1
$2(\lambda / 16 \alpha')$	11,4	2,2	13,6	I_2
$3(\lambda / 16 \alpha')$	10,3	2,3	12,6	I_3
$4(\lambda / 16 \alpha')$	9,3	2,3	11,6	I_4
$3(\lambda / 8 \alpha')$	8	2,2	10,2	I_5
$4(\lambda / 8 \alpha')$	7,2	2,2	1,4	I_6
$5(\lambda / 8 \alpha')$	7,2	1,9	9,1	I_7
$6(\lambda / 8 \alpha')$	7,2	1,8	9	I_8
$7(\lambda / 8 \alpha')$	7,2	1,6	8,8	I_9
$8(\lambda / 8 \alpha')$	7,2	1,5	8,7	I_{10}
$9(\lambda / 8 \alpha')$	7,2	1,4	8,6	I_{11}
$10(\lambda / 8 \alpha')$	7,2	1,4	8,6	I_{12}
$11(\lambda / 8 \alpha')$	»	»	8,6	I_{13}
$12(\lambda / 8 \alpha')$	»	»	8,6	I_{14}

4. Mesures. — Les trajets suivis par l'index mobile sont ici rectilignes. Les valeurs que nous indiquons dans les mesures qui suivent correspondent à de tels trajets, tous parallèles et repérés par leur distance z' au centre du potentiomètre ou encore du solide de diffraction ; chaque valeur de l'intensité obtenue est affectée d'un indice correspondant.

A) BORD DE PLAGE. — Le tableau VII permet de tracer directement la courbe des éclaircissements dans l'image d'un bord de plage (fig. 23).

Nous avons constaté que les valeurs expérimentales et théoriques de $\Delta y'$ étaient en accord

$\Delta y' = 3 \pi \lambda / 16 \alpha'$. Or, avec l'échelle choisie pour le graphique $\lambda / 16 \alpha' = 5$ mm ; donc $\Delta y' = 3 \times 3,1416 \times 5 = 47,1$ mm ; d'autre part on relève sur le graphique $\Delta y' = 2 \times 23,5 = 47$ mm.

B) LIGNES. — On désigne par ε la largeur de la ligne étudiée.

a) $\varepsilon = \lambda / 8 \alpha'$ (fig. 24). Les points où l'on a calculé l'intensité sont repérés ici par leur distance z' à l'axe de la ligne qui lui est parallèle. D'autre part, I_0 représentera l'énergie dans le solide de diffraction.

$$\begin{aligned} z' = 0, & \quad I = 2 [-(I_0/2) + I_1] = 2 (15,2 - 8,5) = 13,4 ; \\ z' = \lambda / 16 \alpha', & \quad I = I_2 - (I_0/2) + (I_0/2) = I_2 = 13,6 ; \\ z' = \lambda / 8 \alpha', & \quad I = I_0 - I_3 - I_1 = 17 + 12,6 - 15,2 = 14,4 ; \\ z' = 3 \lambda / 16 \alpha', & \quad I = I_0 + I_4 - I_2 = 17 + 11,6 - 13,6 = 15 ; \\ z' = 5 \lambda / 16 \alpha', & \quad I = I_0 + I_5 - I_4 = 17 + 10,4 - 11,6 = 15,8 ; \\ z' = 7 \lambda / 16 \alpha', & \quad I = I_0 + I_6 - I_5 = 17 + 9,7 - 10,4 = 16,3 ; \\ z' = 9 \lambda / 16 \alpha', & \quad I = I_0 + I_7 - I_6 = 17 + 9,2 - 9,7 = 16,5 ; \\ z' = 11 \lambda / 16 \alpha', & \quad I = I_0 + I_8 - I_7 = 17 + 9 - 9,2 = 16,8 ; \\ z' = 13 \lambda / 16 \alpha', & \quad I = I_0 + I_9 - I_8 = 17 + 8,8 - 9 = 16,8 ; \\ z' = 15 \lambda / 16 \alpha', & \quad I = I_0 + I_{10} - I_9 = 17 + 8,7 - 8,8 = 16,9 . \end{aligned}$$

Le contraste théorique pour $\varepsilon = \lambda / 8 \alpha'$ est

$$\gamma_1 = \frac{16 \varepsilon \alpha'}{3 \pi \lambda} = \frac{16}{3 \pi} \frac{\lambda}{8 \alpha'} \frac{\alpha'}{\lambda} = \frac{2}{3 \pi} = 0,214 ;$$

or, nous trouvons $\gamma_2 = (17 - 13,4)/17 = 0,213$; il y a donc une très bonne concordance des résultats.

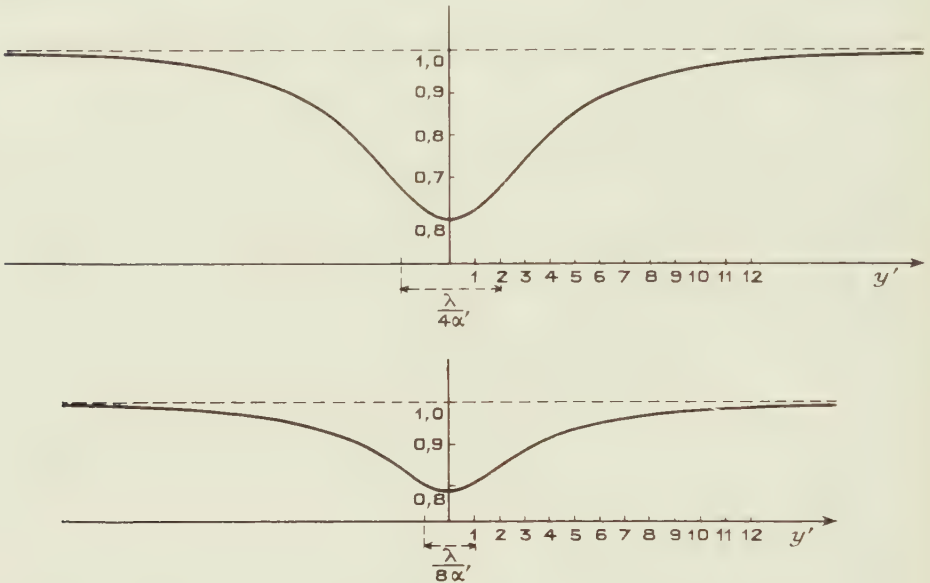


FIG. 24.

b) $\varepsilon = \lambda/4 \alpha'$ (fig. 24).

z'	0	$\lambda/16 \alpha'$	$\lambda/8 \alpha'$	$2 \lambda/8 \alpha'$	$3 \lambda/8 \alpha'$	
I	10,2	10,8	11,6	13,8	15,1	
z'	$4 \lambda/8 \alpha'$	$5 \lambda/8 \alpha'$	$6 \lambda/8 \alpha'$	$7 \lambda/8 \alpha'$	$8 \lambda/8 \alpha'$	$9 \lambda/8 \alpha'$
I	15,8	16,3	16,6	16,7	16,8	16,9

Cette fois

$$\gamma_1 = \frac{16 \varepsilon \alpha'}{3 \pi \lambda} = \frac{16}{3 \pi} \frac{\lambda}{4 \alpha'} \frac{\alpha'}{\lambda} = 0,428$$

et $\gamma_2 = (17 - 10,2)/17 = 0,4$; on voit que, l'erreur possible étant 0,02, on est encore proche de la valeur théorique.

c) $\varepsilon = 3 \lambda/8 \alpha'$ (fig. 25).

$z' = 0$,	$I = 2 [I_3 - (I_0/2)] = 2(12,6 - 8,5) = 8,2$;
$z' = \lambda/16 \alpha'$,	$I = I_4 + I_2 - I_0 = 11,6 + 13,6 - 17 = 8,2$;
$z' = 3 \lambda/16 \alpha'$,	$I = I_5 = 10,4$;
$z' = 5 \lambda/16 \alpha'$,	$I = I_0 + I_6 - I_2 = 17 + 9,7 - 13,6 = 13,0$;
$z' = 7 \lambda/16 \alpha'$,	$I = I_0 + I_7 - I_4 = 17 + 9,2 - 11,6 = 14,6$;
$z' = 9 \lambda/16 \alpha'$,	$I = I_0 + I_8 - I_5 = 17 + 9 - 10,4 = 15,6$;
$z' = 11 \lambda/16 \alpha'$,	$I = I_0 + I_9 - I_6 = 17 + 8,8 - 9,7 = 16,1$;
$z' = 13 \lambda/16 \alpha'$,	$I = I_0 + I_{10} - I_7 = 17 + 8,7 - 9,2 = 16,5$;
$z' = 15 \lambda/16 \alpha'$,	$I = I_0 + I_{11} - I_8 = 17 + 8,6 - 9 = 16,6$;

$$z' = 17 \lambda / 16 \alpha', \quad I = I_0 + I_{12} - I_9 = 17 + 8,6 - 8,8 = 16,8;$$

$$z' = 19 \lambda / 16 \alpha', \quad I = I_0 + I_{13} - I_{10} = 17 + 8,6 - 8,7 = 16,9;$$

$$z' = 21 \lambda / 16 \alpha', \quad I = I_0 + I_{14} - I_{11} = 17 + 8,6 - 8,6 = 17.$$

On s'aperçoit que la formule théorique ne convient plus désormais pour donner le contraste.

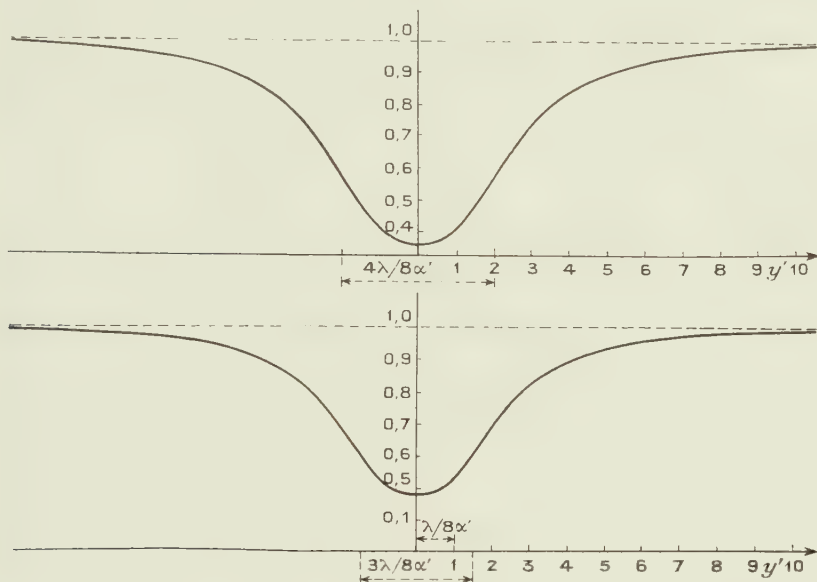


FIG. 25.

d) $\varepsilon = 4 \lambda / 8 \alpha'$ (fig. 25).

$$z' = 0, \quad I = 2 [I_4 - (I_0/2)] = 2 (11,6 - 8,5) = 6,2;$$

$$z' = 2 \lambda / 16 \alpha', \quad I = I_5 + I_2 - I_0 = 10,4 + 13,6 - 17 = 7;$$

$$z' = 4 \lambda / 16 \alpha', \quad I = I_6 = 9,7;$$

$$z' = 6 \lambda / 16 \alpha', \quad I = I_0 + I_7 - I_2 = 17 + 9,2 - 13,6 = 12,6;$$

$$z' = 8 \lambda / 16 \alpha', \quad I = I_0 + I_8 - I_4 = 17 + 9 - 11,6 = 14,4;$$

$$z' = 10 \lambda / 16 \alpha', \quad I = I_0 + I_9 - I_5 = 17 + 8,8 - 10,4 = 15,4;$$

$$z' = 11 \lambda / 16 \alpha', \quad I = I_0 + I_{10} - I_6 = 17 + 8,7 - 9,7 = 16;$$

$$z' = 13 \lambda / 16 \alpha', \quad I = I_0 + I_{11} - I_7 = 17 + 8,6 - 9,2 = 16,7;$$

$$z' = 14 \lambda / 16 \alpha', \quad I = I_0 + I_{12} - I_8 = 17 + 8,6 - 9 = 16,6;$$

$$z' = 16 \lambda / 16 \alpha', \quad I = I_0 + I_{13} - I_9 = 17 + 8,6 - 8,8 = 16,8;$$

$$z' = 18 \lambda / 16 \alpha', \quad I = I_0 + I_{14} - I_{10} = 17 + 8,6 - 8,7 = 16,9.$$

e) Nous avons également tracé la courbe des éclaircissements (fig. 26) pour une ligne de largeur $\varepsilon = \rho/2$, ρ désignant le rayon de la tache de diffraction : $\varepsilon = 1,22 \lambda / 4 \alpha'$. Dans ce cas, on a exprimé z' en fonction de ε .

z'	0	$\varepsilon/4$	$\varepsilon/2$	$3\varepsilon/4$	ε	$5\varepsilon/4$	$6\varepsilon/4$	2ε	$5\varepsilon/2$	3ε
I	9,3	9,9	10,9	12,5	13,8	14,6	15,4	16,1	16,6	16,7

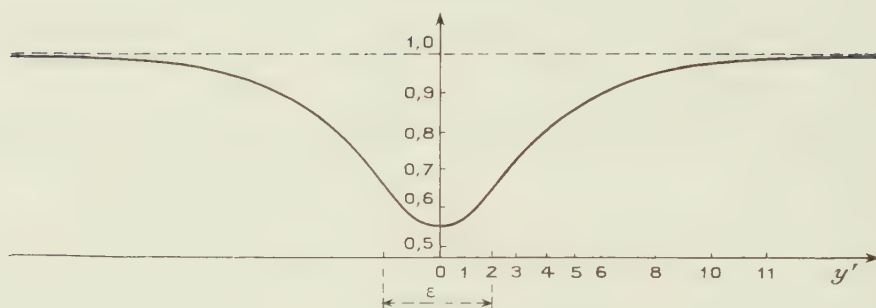


FIG. 26

3. **Objets de structure périodique.** — On peut étudier [6] de tels objets à partir de leur représentation par une série de Fourier. Plus particulièrement, dans le cas d'une mire de Foucault en éclairage incohérent on montre qu'une composante sinusoïdale de l'objet sera d'autant plus affaiblie que sa fréquence spatiale $1/p$ sera plus élevée. Une courbe donnant la variation du facteur de modulation en fonction de la fréquence spatiale donne la loi de cet affaiblissement et met en évidence l'existence d'une période limite $p_m = \lambda/2 \alpha'$ à laquelle correspond un facteur de modulation nul.

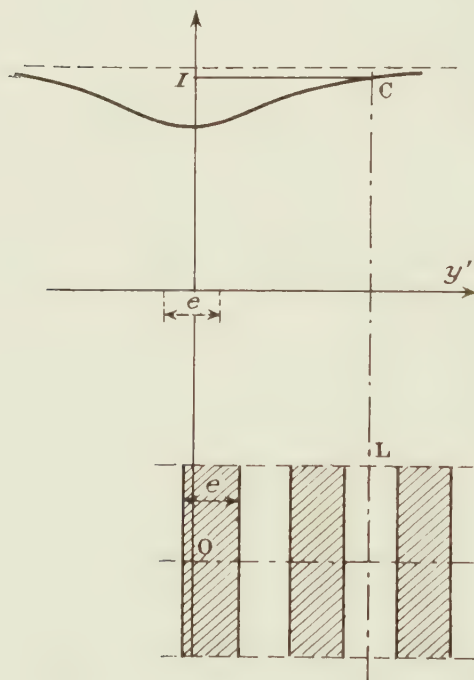


FIG. 27.

Notre problème était de connaître pour une mire donnée de période p non plus seulement le contraste mais la répartition des éclairagements dans le plan-image. Or, connaissant la répartition des éclairagements dans l'image d'une ligne de largeur $p/2$, obtenue à l'aide de l'intégrateur, on peut étudier le cas d'une mire de période p .

En effet, on peut considérer une mire comme un ensemble de lignes brillantes sur fond noir. L'intensité en un point O de la mire est alors égale à la somme des intensités que l'on obtiendrait au point O dans l'image de chaque ligne prise indépendamment.

Soit sur la figure 27, une ligne noire de largeur e dont on connaît la courbe C de répartition des intensités dans le plan image et une mire de pas $2e$; la participation pour la ligne brillante L de la mire située à la

distance d du point O de coordonnées y', z' est $1 - I$.

Si l'on veut alors étudier une mire infinie par ce procédé on s'aperçoit que l'on

se heurte à deux types d'erreurs. D'abord chaque terme qui entre dans la somme donnant l'intensité cherchée est, comme on l'a vu précédemment, obtenu à partir d'une courbe. Le tracé d'une telle courbe permis par l'intégrateur n'est pas assez précis pour espérer une précision suffisante dans le résultat final ; mais, supposant que par une autre méthode on ait atteint une grande précision, les valeurs des ordonnées de la courbe ne peuvent pas être mesurées sur le graphique avec une erreur inférieure à 1/1 000. D'autre part, le nombre des termes devant être infini, si l'on prend le parti d'en calculer le plus grand nombre possible, 20 par exemple, on néglige cependant le reste, série convergente dont on ne connaît pas la somme ε . Par suite, le résultat obtenu l'est avec une imprécision de $\pm 20 \times 0,001 + \varepsilon = \pm 0,02 + \varepsilon$, ε n'étant pas connu. Cette erreur prend évidemment une importance d'autant plus grande que l'on est proche de la fréquence de coupure où le contraste tend à s'annuler.

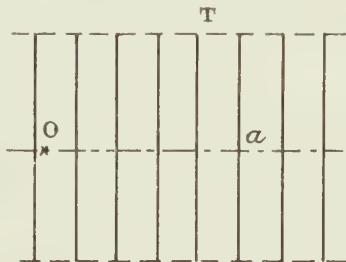


FIG. 28.

En fait, chaque fois que l'on veut déterminer l'intensité en un point, il faut procéder de façon à connaître l'erreur commise dans ce cas particulier. Le moyen est le suivant : ayant tenu compte dans le calcul d'un certain nombre de traits de la mire, on s'arrêtera à celui dont la position est telle que l'intensité au point O serait par exemple égale à $\alpha = 0,001$ si, à la place de la mire, se trouvait un bord de plage dont la partie sombre située du côté du point O irait jusqu'au trait T (fig. 28). α est une convolution donnant la limite supérieure de la somme de la série négligée puisqu'on a

$$\alpha = \int_a^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} D(y' - y, z' - z) dy dz.$$

En opérant de cette manière, on s'aperçoit d'ailleurs que le nombre des termes devant être utilisé, chacun connu au millième près si possible, n'atteint pas une dizaine. On peut donc affirmer dans ces conditions que l'erreur finale est au plus égale à 0,01.

On ne peut malheureusement pas utiliser les résultats donnés par l'intégrateur, la précision n'étant pas suffisante ; par contre, le cas de l'éclairage cohérent est plus accessible puisque, bien qu'on utilise une pupille circulaire, la transformée de Fourier de l'objet se répartit suivant un diamètre de la pupille si bien que, dans la conjugaison objet-image, on est ramené au cas d'une pupille en fente. Par suite, dans le calcul mené comme il a été dit précédemment, n'interviennent que des sinus intégraux que l'on peut connaître avec précision. On peut ainsi étudier des mires dont le pas a la valeur que l'on veut avec une erreur au plus égale à 0,01.

4. Objets rectangulaires. — Pour obtenir les isophotes relatives à un objet rectangulaire nous avons dû morceler l'intégration de sorte que nous avons eu à faire plusieurs séries de mesures (qu'on notera A, B, C, D) permettant de déterminer chaque fois l'intensité au point voulu.

Considérons l'objet étudié tel que nous l'avons représenté sur la figure 29 ; sa largeur, égale à $\lambda/2\alpha'$, est divisée en quatre parties, sa longueur en n parties, chacune égale à $\lambda/2\alpha'$.

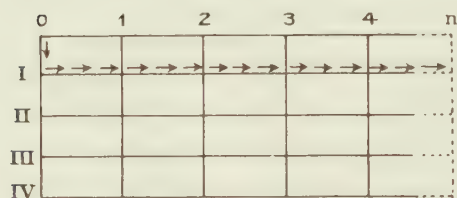


FIG. 29.

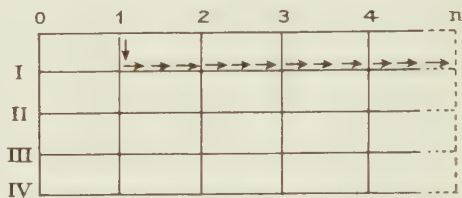


FIG. 30.

Dans la première série A, le point 0 de l'objet coïncidant avec le centre O du solide de diffraction, on affecte du chiffre I, II, III ou IV chaque ensemble de mesures relatives à une région bien déterminée de l'objet. Le trajet suivi par l'index pour l'intensité I_0 de la région I par exemple est indiqué par les flèches sur la figure 29, de même le trajet pour l'intensité I_1 sur la figure 30.

Nous avons obtenu les résultats suivants :

$$\begin{aligned}
 \text{A) I) } I_0 &= 12,6 + \frac{25,6 - 12,6}{5} = 15,2 & \text{II) } I_0 &= 10,3 + \frac{23,3 - 10,3}{5} = 12,8 \\
 I_1 &= 15 + \frac{28 - 15}{5} = 17,6 & I_1 &= 14,5 + \frac{27,8 - 14,5}{5} = 17,16 \\
 I_2 &= 16,2 + \frac{29 - 16,2}{5} = 18,76 & I_2 &= 16,2 + \frac{28,9 - 16,2}{5} = 18,74 \\
 I_3 &= 16,2 + \frac{30 - 16,2}{5} = 18,96 & I_3 &= 16,2 + \frac{28,8 - 16,2}{5} = 18,72 \\
 I_4 &= 19 & I_4 &= 16,2 + \frac{30 - 16,2}{5} = 18,96 \\
 & & I_5 &= 16,2 + \frac{30,2 - 16,2}{5} = 19 \\
 \text{III) } I_0 &= 8,9 + \frac{21,2 - 8,9}{5} = 11,4 & \text{IV) } I_0 &= 8,1 + \frac{20,5 - 8,1}{5} = 10,6 \\
 I_1 &= 14,4 + \frac{27 - 14,4}{5} = 16,92 & I_1 &= 14,3 + \frac{26 - 14,3}{5} = 16,64 \\
 I_2 &= 16,2 + \frac{29 - 16,2}{5} = 18,76 & I_2 &= 15,9 + \frac{28 - 15,9}{5} = 18,32 \\
 I_3 &= 16,2 + \frac{28,5 - 16,2}{5} = 18,66 & I_3 &= 16,2 + \frac{28,2 - 16,2}{5} = 18,6 \\
 I_4 &= 16,2 + \frac{30 - 16,2}{5} = 18,96 & I_4 &= 16,2 + \frac{29,5 - 16,2}{5} = 18,86 \\
 I_5 &= 16,2 + \frac{30,2 - 16,2}{5} = 19 & I_5 &= 16,2 + \frac{30 - 16,2}{5} = 18,96 \\
 & & I_6 &= 16,2 + \frac{30,2 - 16,2}{5} = 19
 \end{aligned}$$

B) $OM = 2\lambda/4\alpha'$. Dans cette série de mesures, l'objet se trouve placé par rapport au centre du potentiomètre (ou du solide de diffraction) dans une position telle que sa ligne médiane parallèle à sa plus grande dimension se trouve à la distance $OM = 2\lambda/4\alpha'$.

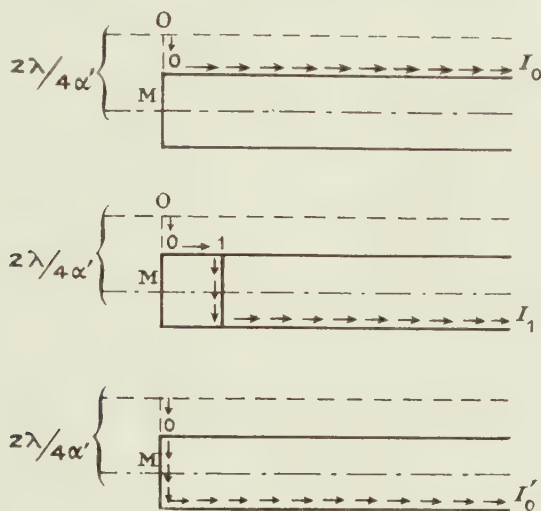


FIG. 31.

Nous avons indiqué sur la figure 31 à quels trajets correspondent respectivement les intensités I_0 , I_1 , I'_0 . Nous avons alors :

$$\begin{aligned}
 I_0 &= 10,3 + \frac{23 - 10,3}{5} = 12,8 & I_2 &= 10 + \frac{21,2 - 10}{5} = 12,24 \\
 I_1 &= 9,7 + \frac{20 - 9,7}{5} = 11,76 & I_3 &= 10,3 + \frac{22 - 10,3}{5} = 12,64 \\
 I'_0 &= 8,1 + \frac{18,5 - 8,1}{5} = 10,2
 \end{aligned}$$

C) $OM = 3\lambda/4\alpha'$.

$$\begin{aligned}
 I_0 &= 8,1 + \frac{20,5 - 8,1}{5} = 10,6 & I_3 &= 8,1 + \frac{19 - 8,1}{5} = 10,28 \\
 I_1 &= 8,1 + \frac{18 - 8,1}{5} = 10,08 & I_4 &= 8,1 + \frac{19,5 - 8,0}{5} = 10,38 \\
 I_2 &= 8,1 + \frac{18,5 - 8,1}{5} = 10,2 & I_5 &= 8,1 + \frac{20 - 8,0}{5} = 10,48 \\
 I'_0 &= 8,1 + \frac{17 - 8,1}{5} = 9,88
 \end{aligned}$$

D) $OM = 4\lambda/4\alpha'$.

$$\begin{aligned}
 I_0 &= 8,1 + \frac{18,5 - 8,1}{5} = 10,2 & I_3 &= 8,1 + \frac{15,5 - 8,1}{5} = 10,2
 \end{aligned}$$

$$I_1 = 8,1 + \frac{17 - 8,0}{5} = 9,88$$

$$I_4 = 8,1 + \frac{18,2 - 8,1}{5} = 10,12$$

$$I_2 = 8,1 + \frac{18 - 8,1}{5} = 10,08$$

$$I_6 = 8,1 + \frac{18,5 - 8,1}{5} = 10,2$$

$$I'_0 = 8,1 + \frac{16,5 - 8,1}{5} = 9,78$$

E) $OM = 5 \lambda/4 \alpha'$.

$$I_0 = 8,1 + \frac{17 - 8,1}{5} = 9,88$$

$$I_2 = 8,1 + \frac{17 - 8,1}{5} = 9,88$$

$$I_1 = 8,1 + \frac{16,5 - 8,1}{5} = 9,78$$

$$I'_0 = 8,1 + \frac{16 - 8,1}{5} = 9,68$$

1. *Calcul des intensités à l'intérieur de l'objet.* — On a vu que l'objet était divisé en différentes régions séparées par des lignes notées I, II, III et IV.

Nous avons calculé le long de ces lignes la répartition des intensités en utilisant les mesures faites précédemment. Nous désignerons par A, B, C, D les paragraphes comprenant l'ensemble des calculs relatifs aux mesures groupées sous la lettre du même nom respectivement.

On emploiera d'autre part, la notation I_T pour désigner la moitié du volume du solide de diffraction. Enfin les notations $1', 2', \dots$ concernent des points alignés sur les points 0, 1, 2, ..., mais se trouvant à l'extérieur de l'objet.

A) $OM = 0$. LIGNE I, $n = 4$ ($4 \lambda/4 \alpha'$) (fig. 32).

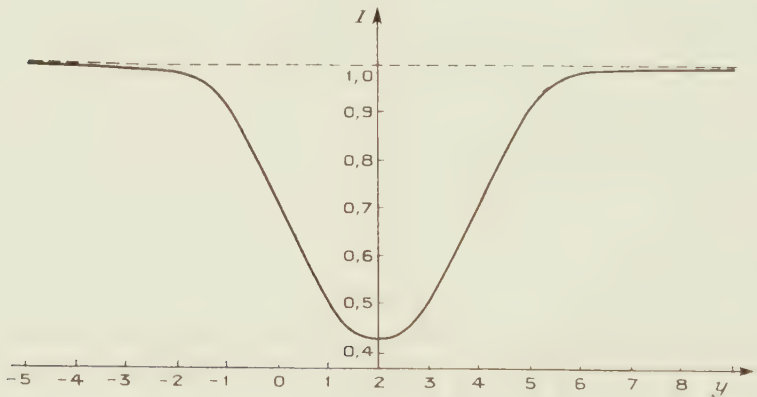


FIG. 32.

Intensité au point 0,

$$I = I_T - \frac{(I_4 - I_0)_I + (I_4 - I_0)_{III}}{2} = 19 - \frac{19 - 15,2 + 18,96 - 11,4}{2} = 13,32$$

Intensité au point 1,

$$I = I_T - \frac{(I_3 - I_0)_I + (I_3 - I_0)_{III} + (I_1 - I_0)_I - (I_1 - I_0)_{III}}{2} = 9,53$$

Intensité au point 2,

$$I = I_T - (I_2 - I_0)_I - (I_2 - I_0)_{III} = 8,08$$

Intensité au point 1',

$$I = I_T - \frac{(I_5 - I_1)_I + (I_5 - I_1)_{III}}{2} = 19 - \frac{19 - 17,6 + 19 - 16,92}{2} = 17,26$$

Intensité au point 2',

$$I = I_T - \frac{(I_2 - I_6)_I + (I_2 - I_6)_{III}}{2} = 19 - \frac{18,76 - 19 + 18,76 - 19}{2} = 18,76$$

Intensité au point 3',

$$I = I_T - \frac{(I_7 - I_3)_I + (I_7 - I_3)_{III}}{2} = \frac{18,96 + 18,66}{2} = 18,81$$

Intensité au point 4,

$$I = \frac{(I_T - I_8 + I_4)_I + (I_T - I_8 + I_4)_{III}}{2} = \frac{19 + 18,96}{2} = 18,98$$

Intensité au point 5,

$$I = \frac{(I_T - I_9 + I_5)_I + (I_T - I_9 + I_5)_{III}}{2} = \frac{19 + 19}{2} = 19$$

$n = 7$ ($7\lambda/4\alpha'$) (fig. 33).

Intensité au point 0,

$$I = I_T - \frac{(I_7 - I_0)_I + (I_7 - I_0)_{III}}{2} = 19 - \frac{19 - 15,2 + 19 - 11,4}{2} = 13,3$$

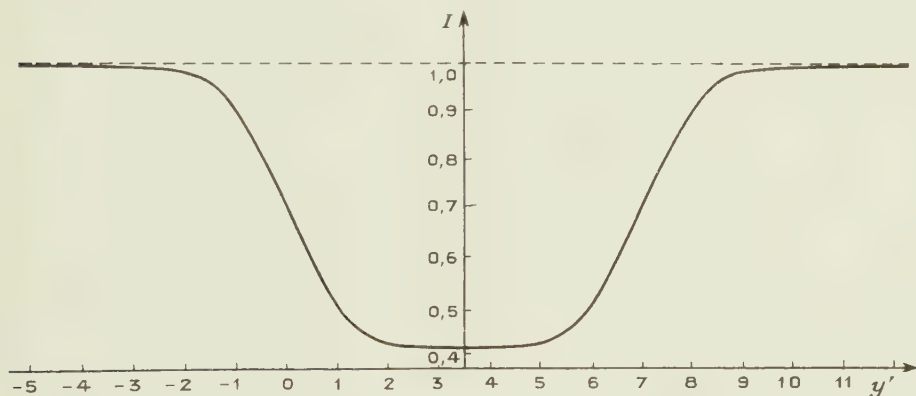


FIG. 33.

Intensité au point 1,

$$I = I_T - \frac{(I_6 - I_0)_I + (I_1 - I_0)_I + (I_6 - I_0)_{III} + (I_1 - I_0)_{IV}}{2} = 9,34$$

Intensité au point 2,

$$I = I_T - \frac{(I_5 - I_0)_I + (I_2 - I_0)_I + (I_5 - I_0)_{III} + (I_2 - I_0)_{IV}}{2} = 7,84$$

Intensité au point 3,

$$I = I_T - \frac{(I_3 - I_0)_I + (I_4 - I_0)_I + (I_3 - I_0)_{III} + (I_4 - I_0)_{III}}{2} = 7,81$$

Intensité au point 4,

$$I = I_T - \frac{(I_4 - I_0)_I + (I_3 - I_0)_I + (I_4 - I_0)_{III} + (I_3 - I_0)_{III}}{2} = 7,81$$

Intensité au point 1',

$$I = \frac{(I_T - I_8 + I_1)_I + (I_T - I_8 + I_1)_{III}}{2} = \frac{17,6 + 16,92}{2} = 17,26$$

Intensité au point 2',

$$I = \frac{(I_T - I_9 + I_2)_I + (I_T - I_9 + I_2)_{III}}{2} = \frac{18,76 + 18,76}{2} = 18,76$$

Intensité au point 3',

$$I = \frac{(I_T - I_{10} + I_3)_I + (I_T - I_{10} + I_3)_{III}}{2} = \frac{18,96 + 18,66}{2} = 18,81$$

Intensité au point 4',

$$I = \frac{(I_T - I_{11} + I_4)_I + (I_T - I_{11} + I_4)_{III}}{2} = \frac{19 + 18,96}{2} = 18,98$$

Intensité au point 5',

$$I = \frac{(I_T - I_{12} + I_5)_I + (I_T - I_{12} + I_5)_{III}}{2} = \frac{19 - 19}{2} = 19$$

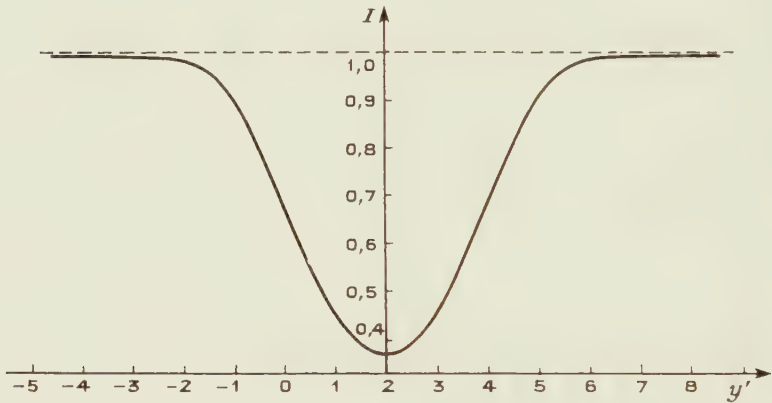


FIG. 34.

LIGNE II, $n = 4$ (fig. 34).

Intensité au point 0, $I = (I_T - I_4 + I_0)_{II} = 19 - 18,96 + 12,8 = 12,84$

Intensité au point 1,

$$I = \left(I_T - I_3 + I_0 - \frac{I_T}{2} \right)_{II} + \left(I_T - I_1 + I_0 - \frac{I_T}{2} \right)_{II} = 8,72$$

Intensité au point 2,

$$I = 2 \left(I_T - I_2 + I_0 - \frac{I_T}{2} \right)_{II} = 19 + 2 (12,8 - 18,74) = 7,12$$

Intensité au point 1', $I = (I_T - I_5 + I_1)_{II} = 19 - 19 + 17,16 = 17,16$

Intensité au point 2', $I = (I_T - I_6 + I_2)_{II} = 19 - 19 + 18,74 = 18,74$

Intensité au point 3', $I = (I_T - I_7 + I_3)_{II} = 19 - 19 + 18,72 = 18,72$

Intensité au point 4', $I = (I_T - I_8 + I_4)_{II} = 19 - 19 + 18,96 = 18,96$

Intensité au point 5', $I = (I_T - I_9 + I_5)_{II} = 19$

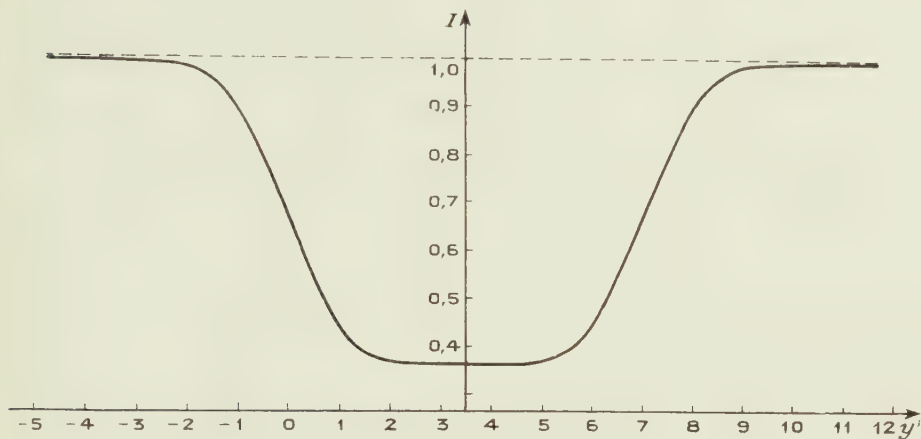


FIG. 35.

$n = 7$ (fig. 35).

Intensité au point 0, $I = (I_T - I_7 + I_0)_{II} = 19 - 19 + 12,8 = 12,8$

Intensité au point 1,

$$I = \left(I_T - I_6 + I_0 - \frac{I_T}{2} \right)_{II} + \left(I_T - I_1 + I_0 - \frac{I_T}{2} \right)_{II} = 8,44$$

Intensité au point 2, $I = I_T + 2 I_0 - (I_5 + I_2)_{II} = 6,86$

Intensité au point 3, $I = I_T + 2 I_0 - (I_4 + I_3)_{II} = 6,92$

Intensité au point 4, $I = I_T + 2 I_0 - (I_4 + I_3)_{II} = 6,92$

Intensité au point 1', $I = (I_T - I_8 + I_1)_{II} = 19 - 19 + 17,16 = 17,16$

Intensité au point 2', $I = (I_T - I_9 + I_2)_{II} = 18,74$

Intensité au point 3', $I = (I_T - I_{10} + I_3)_{II} = 18,72$

Intensité au point 4', $I = (I_T - I_{11} + I_4)_{II} = 18,96$

Intensité au point 5', $I = 19$

LIGNE IV, $n = 4$ (fig. 36).

Intensité au point 0, $I = \frac{1}{2} (I_T + I_T - I_4 + I_0)_{IV} = 14,87$

Intensité au point 1, $I = \frac{1}{2} [(I_T - I_1 + I_0)_{IV} + (I_T - I_3 + I_0)_{IV}] = 11,98$

Intensité au point 2, $I = (I_T - I_2 + I_0)_{IV} = 19 - 18,32 + 10,6 = 11,28$

Intensité au point 1', $I = \frac{1}{2} [I_T - I_5 + I_1 + I_T]_{IV} = 17,84$

Intensité au point 2', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_2 - I_6)_{IV} = 19 + \frac{18,32 - 19}{2} = 18,66$

Intensité au point 3', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_3 - I_7)_{IV} = 19 + \frac{18,6 - 19}{2} = 18,8$

Intensité au point 4', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_4 - I_8)_{IV} = 19 + \frac{18,86 - 19}{2} = 18,93$

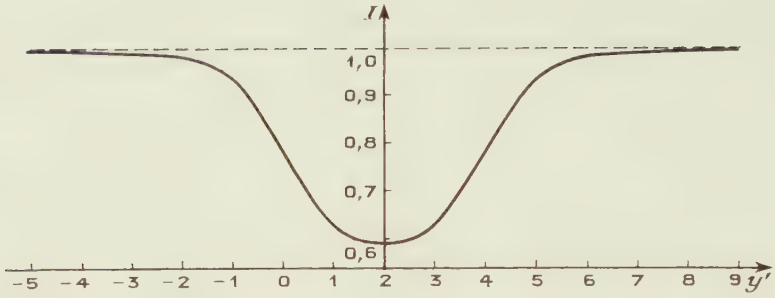


FIG. 36.

Intensité au point 5', $I = I_T + \frac{1}{2}(I_5 - I_9)_{IV} = 18,98$

Intensité au point 6', $I = 19$

$n = 7$ (fig. 37).

Intensité au point 0, $I = \frac{1}{2}(I_T + I_T - I_7 + I_0)_{IV} = 14,8$

Intensité au point 1, $I = I_T + I_0 - \frac{1}{2}(I_1 + I_6)_{IV} = 11,78$

Intensité au point 2, $I = I_T + I_0 - \frac{1}{2}(I_2 + I_5)_{IV} = 10,96$

Intensité au point 3, $I = I_T + I_0 - \frac{1}{2}(I_3 + I_4)_{IV} = 10,87$

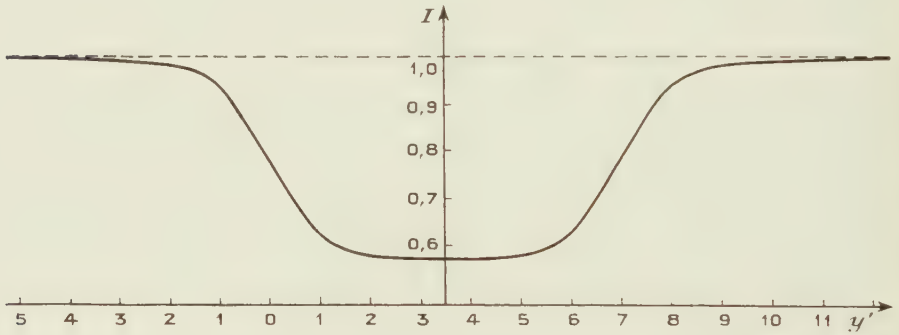


FIG. 37.

Intensité au point 1', $I = I_T + \frac{1}{2}(I_1 - I_8)_{IV} = 19 + \frac{16,64 - 19}{2} = 17,82$

Intensité au point 2', $I = I_T + \frac{1}{2}(I_2 - I_9)_{IV} = 19 + \frac{18,23 - 19}{2} = 18,66$

Intensité au point 3', $I = I_T + \frac{1}{2}(I_3 - I_{10})_{IV} = 19 + \frac{18,6 - 19}{2} = 18,8$

Intensité au point 4', $I = I_T + \frac{1}{2}(I_4 - I_{11})_{IV} = 19 + \frac{18,86 - 19}{2} = 18,93$

Intensité au point 5', $I = 18,98$

2. *Calcul des intensités à l'extérieur de l'objet.* — Nous calculons maintenant la répartition des intensités à l'extérieur de l'objet le long de lignes parallèles aux précédentes et dont la position est caractérisée par la distance OM telle qu'on l'a définie précédemment.

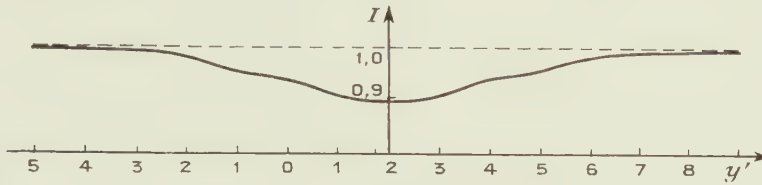


FIG. 38.

B) $OM = 2 \lambda/4 \alpha'$, $n = 4$ (fig. 38).

Intensité au point 0, $I = \frac{1}{2} (I_T - I_4 + I'_0 + I_T) = 19 + \frac{10,2 - 12,7}{2} = 17,75$

Intensité au point 1, $I = \frac{1}{2} [(I_T - I_1 + I'_0) + (I_T - I_3 + I'_0)] = 17$

Intensité au point 2, $I = I_T - I_2 + I'_0 = 19 - 12,24 + 10,2 = 16,96$

Intensité au point 1', $I = \frac{1}{2} (I_T - I_5 + I_1 + I_T) = 17,96$

Intensité au point 2', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_2 - I_6) = 19 + \frac{1}{2} (12,24 - 12,8) = 18,72$

Intensité au point 3', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_3 - I_7) = 19 + \frac{1}{2} (12,64 - 12,8) = 18,88$

Intensité au point 4', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_4 - I_8) = 19 + \frac{1}{2} (12,7 - 12,8) = 18,95$

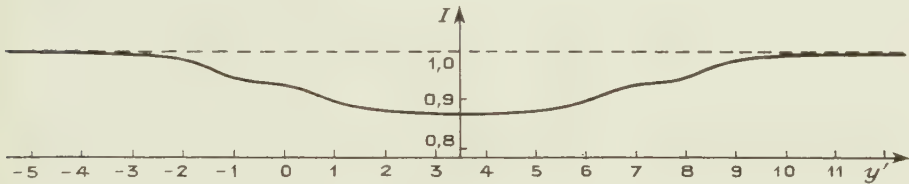


FIG. 39.

$n = 7$ (fig. 39).

Intensité au point 0, $I = \frac{1}{2} (I_T - I_7 + I'_0 + I_T) = 19 + \frac{10,2 - 12,8}{2} = 17,7$

Intensité au point 1, $I = \frac{1}{2} [(I_T - I_1 + I'_0) + (I_T - I_6 + I'_0)] = 16,92$

Intensité au point 2, $I = \frac{1}{2} [(I_T - I_2 + I'_0) + (I_T - I_5 + I'_0)] = 16,68$

Intensité au point 3, $I = \frac{1}{2} [(I_T - I_3 + I'_0) + (I_T - I_4 + I'_0)] = 16,53$

Intensité au point 1', $I = \frac{1}{2} (I_T - I_8 + I_1 - I_T) = 17,96$

Intensité au point 2', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_2 - I_9) = 19 + \frac{1}{2} (12,24 - 12,8) = 18,72$

Intensité au point 3', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_3 - I_{10}) = 19 + \frac{1}{2} (12,64 - 12,8) = 18,88$

Intensité au point 4', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_4 - I_{11}) = 19 + \frac{1}{2} (12,7 - 12,8) = 18,95$

C) $OM = 3 \lambda/4 \alpha'$, $n = 4$ (fig. 40).

Intensité au point 0, $I = I_T + \frac{1}{2} (I'_0 - I_4) = 19 + \frac{1}{2} (9,88 - 10,38) = 18,75$

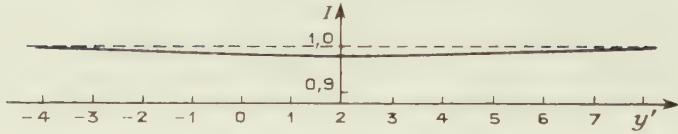


FIG. 40.

Intensité au point 1, $I = \frac{1}{2} [(I_T - I_3 + I'_0) + (I_T - I_1 + I'_0)] = 18,7$
 Intensité au point 2, $I = I_T - I_2 + I'_0 = 19 - 10,2 + 9,88 = 18,68$
 Intensité au point 1', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_1 - I_5) = 19 + \frac{1}{2} (10,08 - 10,48) = 18,80$
 Intensité au point 2', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_2 - I_6) = 19 + \frac{1}{2} (10,2 - 10,48) = 18,86$
 Intensité au point 3', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_3 - I_7) = 19 + \frac{1}{2} (10,28 - 10,48) = 18,90$
 Intensité au point 4', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_4 - I_8) = 19 + \frac{1}{2} (10,38 - 10,48) = 18,95$
 Intensité au point 5', $I = 19$

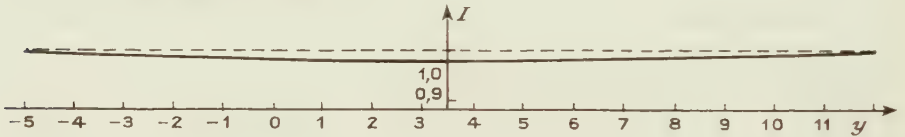


FIG. 41.

$n = 7$ (fig. 41).

Intensité au point 0, $I = I_T + \frac{1}{2} (I'_0 - I_7) = 19 + \frac{1}{2} (9,88 - 10,48) = 18,70$
 Intensité au point 1, $I = \frac{1}{2} [(I_T - I_6 + I'_0) + (I_T - I_1 + I'_0)] = 18,6$
 Intensité au point 2, $I = \frac{1}{2} [(I_T - I_2 + I'_0) + (I_T - I_5 + I'_0)] = 18,54$
 Intensité au point 3, $I = I_T + I'_0 - \frac{1}{2} (I_3 + I_4) = 18,55$
 Intensité au point 1', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_1 - I_8) = 19 + \frac{1}{2} (10,08 - 10,48) = 18,80$
 Intensité au point 2', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_2 - I_9) = 18,86$
 Intensité au point 3', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_3 - I_{10}) = 18,90$
 Intensité au point 4', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_4 - I_{11}) = 18,95$
 Intensité au point 5', $I = 19$

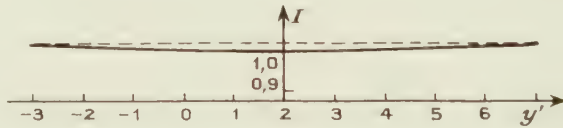


FIG. 42.

D) OM $4\lambda/4\alpha'$, $n = 4$ (fig. 42).

Intensité au point 0, $I = I_T + \frac{1}{2} (I'_0 - I_4) = 19 + \frac{1}{2} (9,78 - 10,12) = 18,83$
 Intensité au point 1, $I = I_T + I'_0 - \frac{1}{2} (I_1 + I_3) = 18,74$
 Intensité au point 2, $I = I_T - I_2 + I'_0 = 19 - 10,08 + 9,78 = 18,70$
 Intensité au point 1', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_1 - I_5) = 19 + \frac{1}{2} (9,88 - 10,5) = 18,86$
 Intensité au point 2', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_2 - I_6) = 19 + \frac{1}{2} (10,08 - 10,2) = 18,94$

$n = 7$ (fig. 43).

Intensité au point 0, $I = I_T + \frac{1}{2} (I'_0 - I_7) = 19 + \frac{1}{2} (9,78 - 10,2) = 18,79$

Intensité au point 1, $I = I_T + I'_0 + \frac{1}{2} (-I_6 - I_1) = 18,74$

Intensité au point 2, $I = I_T + I'_0 - \frac{1}{2} (I_2 + I_5) = 18,67$

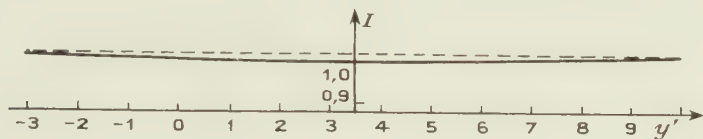


FIG. 43.

Intensité au point 3, $I = I_T + I'_0 - \frac{1}{2} (I_3 + I_4) = 18,67$

Intensité au point 1', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_1 - I_8) = 19 + \frac{1}{2} (9,88 - 10,2) = 18,84$

Intensité au point 2', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_2 - I_9) = 19 + \frac{1}{2} (10,08 - 10,2) = 18,94$

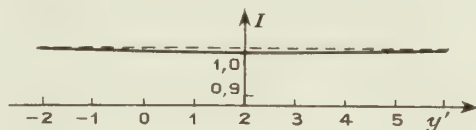


FIG. 44.

E) $OM = 5\lambda/4\alpha'$, $n = 4$ (fig. 44).

Intensité au point 0, $I = I_T + \frac{1}{2} (I'_0 - I_4) = 19 + \frac{1}{2} (9,68 - 9,88) = 18,9$

Intensité au point 1, $I = I_T + I'_0 - \frac{1}{2} (I_1 + I_3) = 18,85$

Intensité au point 2, $I = I_T - I_2 + I'_0 = 19 - 9,88 + 9,68 = 18,80$

Intensité au point 1', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_1 - I_5) = 19 + \frac{1}{2} (9,78 - 9,88) = 18,90$

Intensité au point 2', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_2 - I_6) = 19 + \frac{1}{2} (9,88 - 9,88) = 19$

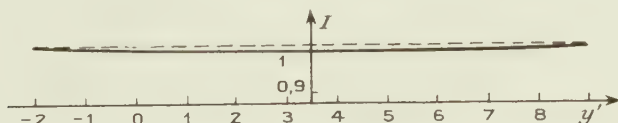


FIG. 45.

$n = 7$ (fig. 45).

Intensité au point 0, $I = I_T + \frac{1}{2} (I'_0 - I_7) = 19 + \frac{1}{2} (9,61 - 9,88) = 18,9$

Intensité au point 1, $I = I_T + I'_0 - \frac{1}{2} (I_1 + I_6) = 18,85$

Intensité au point 2, $I = I_T + I'_0 - \frac{1}{2} (I_2 + I_5) = 18,80$

Intensité au point 3, $I = I_T + I'_0 - \frac{1}{2} (I_3 + I_4) = 18,80$

Intensité au point 1', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_1 - I_8) = 19 + \frac{1}{2} (9,78 - 9,88) = 18,90$

Intensité au point 2', $I = I_T + \frac{1}{2} (I_2 - I_9) = 19 + \frac{1}{2} (9,88 - 9,88) = 19$

La figure 48 donne plus loin les isophotes annoncées.

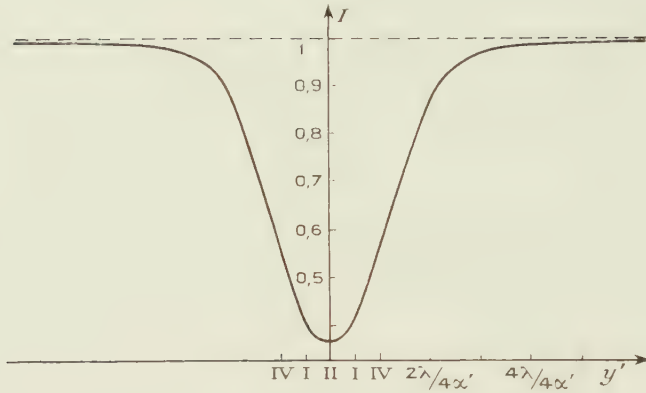


FIG. 46.

Remarques. — 1. A l'aide des figures 46 et 47 on a pu déterminer les points des isophotes où les tangentes sont parallèles à la plus grande dimension de l'objet. En effet, elles donnent la répartition des éclairagements dans un plan de section transversale, passant par le centre de l'objet. On notera, pour ces deux

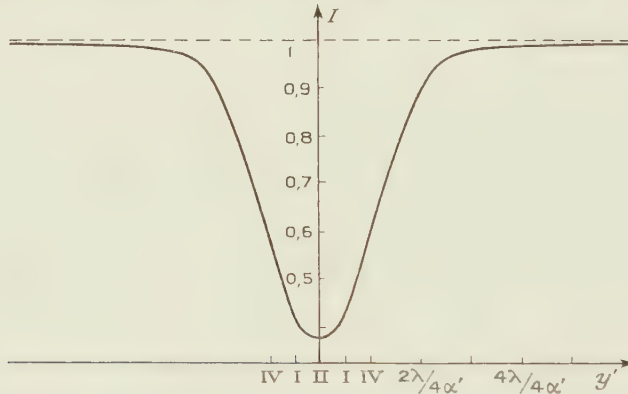


FIG. 47.

courbes, comme pour toutes les autres d'ailleurs, que tous les points qui ont permis leur tracé ont pu être joints sans difficulté. On peut constater aussi la continuité des résultats obtenus puisque dans le tracé transversal, les points utilisés font partie de séries de mesures indépendantes.

2. Les isophotes de la figure 48 sont telles que de l'une à la suivante, la variation d'éclairement est environ 0,05. D'autre part, le contraste obtenu pour un objet rectangulaire de largeur $\lambda/2 \alpha'$ et de longueur $\lambda/2 \alpha'$ est $C = 0,631$.

Pour un objet rectangulaire de largeur $\lambda/2 \alpha'$ et de longueur $7 \lambda/4 \alpha'$, on trouve $C' = 0,636$; le contraste a sensiblement augmenté alors qu'une seule dimension de l'objet ne s'est accrue que de $3 \lambda/4 \alpha'$.

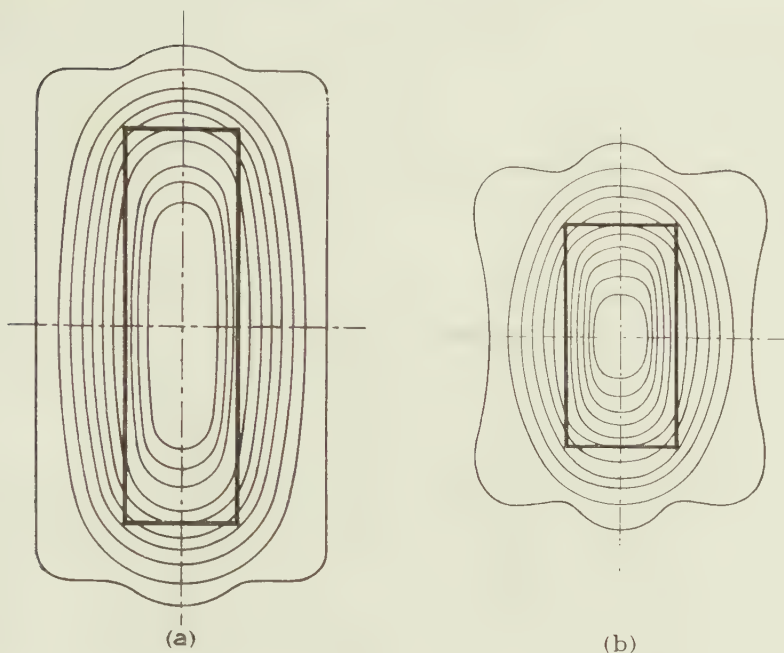


FIG. 48.

En fait, on s'aperçoit que pour la ligne de même largeur $\lambda/2 \alpha'$ le contraste ne dépasse pas cette dernière valeur.

III

On peut remarquer que les objets dont il a été question sont loin d'avoir un contour quelconque ; c'est que, en fait, l'appareil est basé sur un principe qui, dans le cas de certains contours, même simples, ne convient plus.

En effet, soit un objet ayant la forme indiquée par la figure 49. Désirant connaître l'intensité en un point O, on voit que lorsque les index qui suivent le contour de l'objet seront arrivés en A et B, leur vitesse sur les bras OA et OB devrait changer de signe tout en restant constante en valeur absolue. De plus, une fois franchis les points A et B la nouvelle intégration empiéterait sur celle qui précède. Il faudrait donc morceler l'intégration relative à tout l'objet en autant de régions telles que OAB, ce qui introduit chaque fois une erreur. D'autre part, il faudrait également savoir comment se raccordent entre elles ces diverses régions qu'on a intégrées séparément. On conçoit que l'appareil ne puisse être utilisé dans un tel cas.

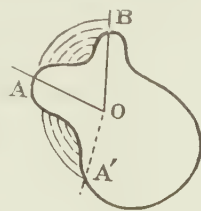


FIG. 49.

On peut ajouter que conçu pour être manipulé par au moins deux personnes son emploi a été difficile. J'ai pensé alors à un dispositif qui permettrait de remé-

dier à ces inconvénients et qui, non content d'avoir beaucoup plus de possibilités, aurait l'avantage d'être d'un maniement facile.

1. **Principe.** — Considérons le produit de composition donnant l'intensité au point P' de coordonnées y', z' .

Supposons que, par un procédé quelconque, on réalise une plage lumineuse ayant une répartition des luminances représentée par la fonction $D(y' - y, z' - z)$, on voit que pour connaître l'intensité au point P' de l'objet il suffit de placer devant la plage précédente une plaque, de verre par exemple, dont la transparence en chaque point a été rendue proportionnelle à la fonction $O(y, z)$ et de mesurer le flux lumineux obtenu dans de telles conditions.

Si l'objet étudié est opaque, la fonction $O(y, z)$ peut être matérialisée tout simplement par une ouverture découpée dans du carton noir par exemple et ayant la forme de l'objet ; on prendra le complément à 1 de la mesure faite. Cela ne présente donc pas de difficulté. Il reste deux problèmes à résoudre.

a) *Réaliser la fonction $D(y, z)$.* — On aurait pu penser à un procédé photographique mais la fonction $D(y, z)$, qui est une tache d'Airy dans le cas qui nous préoccupe, présente des variations d'amplitude et, par suite, d'intensité trop grandes pour être fidèlement rendues par une émulsion photographique. Ce procédé d'ailleurs limite l'étude au cas d'un éclairage incohérent car la photographie d'une tache d'Airy traduit seulement la répartition en intensités. Or, dans les cas d'éclairages cohérent et semi-cohérent il faut pouvoir réaliser la répartition en amplitude. Van Heel a indiqué le moyen suivant, concernant d'ailleurs plus généralement n'importe quelle fonction $D(y, z)$ pourvu qu'elle soit de révolution : on découpe dans un disque de papier noir une ouverture dont la forme est donnée par une certaine courbe C . Ce disque uniformément éclairé, tournant suffisamment vite autour de son axe, donne la répartition des luminances voulue.

Montrons alors que la correspondance qui existe entre la courbe C qui doit subir le mouvement de rotation et la méridienne $D(y)$ de la fonction de révolution $D(y, z)$ est telle qu'à un point de cette fonction de coordonnées $y, D(y)$ il correspond un point de la courbe C se trouvant sur une circonférence de rayon y et dont le centre est le centre du disque. La position de ce point, étant repérée par la longueur d'un arc de cette circonférence comptée à partir d'un diamètre du disque pris comme axe des abscisses y dans ce nouveau système de coordonnées, est telle que l'angle au centre intercepté par cet arc soit proportionnel à $D(y)$.

En effet, supposons que l'on isole sur le disque un point lumineux se trouvant à une distance y du centre du disque et soit $\Delta\Phi$ le flux lumineux relatif à ce point. On peut dire que le flux engendré pour une rotation α du disque est $\Phi = \Delta\Phi \alpha y$; plus le rayon y considéré est grand plus le flux résultant est faible, or on veut qu'il soit proportionnel à $D(y)$. Dès lors, on est conduit à considérer non plus un seul point du disque mais un ensemble de points formant un arc lumineux de longueur $k y D(y)$ sur la circonférence de rayon y et, par suite, le flux s'écrit, pour la rotation α ,

$$\Phi = k y D(y) \frac{\Delta\Phi}{\alpha y} = k D(y) \frac{\Delta\Phi}{\alpha} \quad (k = \text{Cte}).$$

Dans ces conditions, le flux Φ est bien proportionnel à $D(y)$ et la répartition des luminances de l'ensemble du disque traduit bien la fonction $D(y, z)$.

D'autre part, les points de la courbe C s'obtiennent, comme on l'a dit plus haut, en considérant des arcs de circonférence de rayon y sous-tendant un angle β proportionnel à $D(y)$. En effet, la longueur de l'arc étant $k y D(y)$ on a $\beta y = k y D(y)$, d'où $\beta = k D(y)$. On peut voir sur la figure 50 l'aspect de la courbe C.

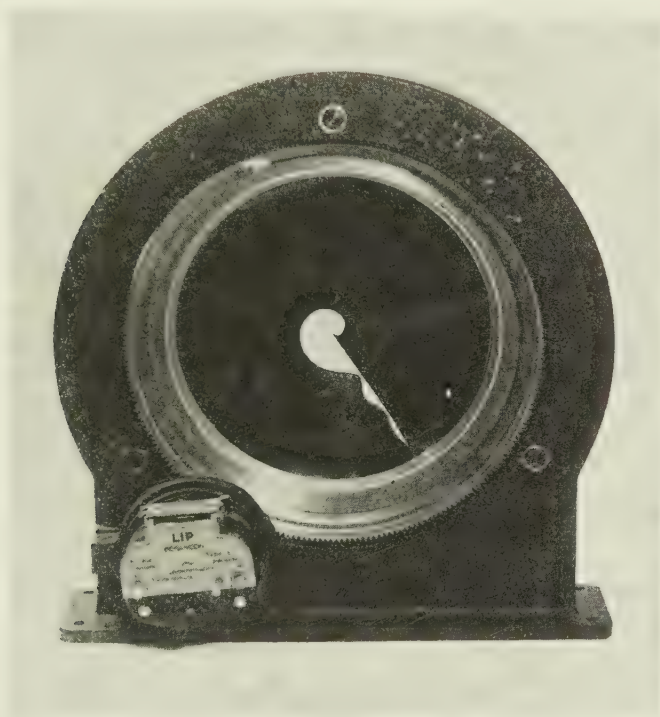


FIG. 50.

b) *Mesurer le flux qui, dans les conditions précédemment décrites, correspond à l'intensité en un point de l'objet.* — A cet usage, le photomultiplicateur convient le mieux ; un galvanomètre sensible (3×10^{-9} A/mm), entre les bornes duquel on aura eu soin de placer la résistance extérieure critique, car la résistance dynamique du photomultiplicateur est grande, donnera le résultat.

En fait, la mesure globale du flux suppose que le disque tourne à grande vitesse (environ 1 500 tr/mn). Mais il faut remarquer que l'on peut très bien faire tourner lentement le disque et intégrer les signaux lumineux reçus par le photomultiplicateur à chaque instant, en utilisant cette fois l'ensemble adaptateur d'impédance-intégrateur. Nous avons procédé de cette manière, évitant ainsi les difficultés de réalisation mécanique ; le disque de diamètre 180 mm uniformément éclairé (fig. 50) tourne simplement sur trois galets à la vitesse de 5 tr/mn. Un

premier essai a donné de bons résultats. On le voit, on peut étudier par ce moyen des objets de n'importe quel contour et également de n'importe quelle transparence.

2. Eclairages incohérent et cohérent. — Dans le cas d'un éclairage incohérent, la fonction que l'on veut représenter à l'aide du disque tournant est, en fait, $[A(y, z)]^2$. Cette expression étant toujours positive, l'intégration ne pose pas de problème. Pour l'éclairage cohérent, c'est la répartition des amplitudes qui nous intéresse, soit $A(y, z)$ qui, pour certaines valeurs de y, z , est négative.

La mesure dans ce cas se fera donc en deux fois : chaque fois l'ouverture laissée par la courbe C et correspondant soit à $A(y, z) > 0$, soit à $A(y, z) < 0$ devra être cachée. Les résultats obtenus ainsi seront retranchés l'un de l'autre. L'erreur introduite par une lecture supplémentaire n'étant que de l'ordre de 1/1 000 est négligeable.

Remarques. — 1. Lorsque l'objet étudié est un objet de structure périodique suivant une dimension qui n'est pas limitée, on a vu que le fait de négliger les anneaux de la figure de diffraction, sauf les trois ou quatre premiers, revenait à négliger la somme d'une série convergente. On s'arrangeait pour rendre cette somme inférieure à une borne supérieure connue. Le procédé de mesure employé ici pose le même problème car le disque ne peut figurer que les premiers anneaux, mais il permet de dire que l'erreur qui résulte de cette approximation est inférieure à l'énergie lumineuse répartie dans les anneaux négligés, laquelle est inférieure à 0,02.

2. Il est possible d'étudier, toujours par ce procédé, l'influence du chromatisme ou de l'aberration de sphéricité sur la structure des images. Il suffit pour cela de modifier en conséquence la courbe C.

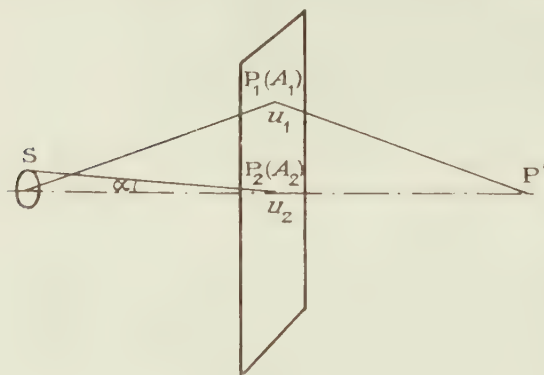


FIG. 51.

3. Eclairage partiellement cohérent. — 1. *Intensité dans l'image.* — Cette fois, dans l'expression de l'intensité en un point P' s'introduit le facteur de cohérence Γ dû au fait que la source de dimension finie est vue dans l'espace-objet sous un certain angle α (ouverture du condenseur). Considérant

d'abord seulement deux points P_1 et P_2 laissant libre passage aux rayons lumineux (fig. 51), l'intensité en P' est

$$I_{P'} = I_1 |A_1|^2 + I_2 |A_2|^2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \operatorname{Re} \{ \Gamma_{12} A_1 A_2^* \};$$

A_1 et A_2 , caractérisant les propriétés optiques du système interposé, sont les amplitudes complexes de deux vibrations, chacune d'amplitude 1 et de phase 0, parvenant de P_1 et P_2 respectivement jusqu'au point P'.

D'autre part, I_1 et I_2 sont les intensités totales aux points P_1 et P_2 . Le facteur de phase peut s'écrire $\Gamma_{12} = V_{12} e^{i\phi_{12}}$. On montre que son module détermine la visibilité des franges que l'on doit obtenir en P' .

Si $\Gamma_{12} = 1$, il y a cohérence totale, si $\Gamma_{12} = 0$, il y a incohérence.

Le facteur de cohérence jusqu'à maintenant ne concernait qu'un élément $d\sigma$ de la source. Si l'on désigne par $S(\beta, \gamma)$ $d\sigma$ l'intensité envoyée dans le plan-objet par cet élément, on voit que pour toute la source Γ_{12} peut s'écrire

$$\Gamma_{12} = \frac{1}{\sqrt{I_1 I_2}} \iint S(\beta, \gamma) e^{ik[\beta(y_2 - y_1) + \gamma(z_2 - z_1)]} d\beta d\gamma.$$

On reconnait la transformée de Fourier de la fonction $S(\beta, \gamma)$ donnant la luminance de la source.

On veut, en fait, étudier non pas seulement le cas d'un objet réduit à deux points mais celui d'un objet quelconque $\Omega(y, z)$.

Pour un élément de la source, l'amplitude diffractée dans la direction β', γ' de la pupille après traversée de l'objet s'écrit

$$\Omega(y, z) \propto S(\beta, \gamma) e^{ik(\beta' - \beta)y + \gamma' - \gamma z)}$$

et, pour tout l'objet,

$$\sqrt{S(\beta, \gamma)} \iint \Omega(y, z) e^{ik(\beta' - \beta)y + \gamma' - \gamma z} dy dz.$$

Tenant compte de la fonction $\Phi(\beta', \gamma')$ caractérisant les aberrations du système optique utilisé et sachant que l'amplitude diffractée dans le plan-image est la transformée de Fourier de l'expression précédente multipliée au préalable par $\Phi(\beta', \gamma')$ on obtient l'amplitude $A(y', z')$. L'intensité est alors $A(y', z') A^*(y', z')$ et, pour toute la source,

$$I_P = \iint A(y', z') A^*(y', z') d\beta d\gamma.$$

Les termes $A(y', z')$ et $A^*(y', z')$ sont obtenus par des intégrations indépendantes de sorte que pour chacun figurent finalement les variables y_1, z_1 et y_2, z_2 relatives au plan-objet.

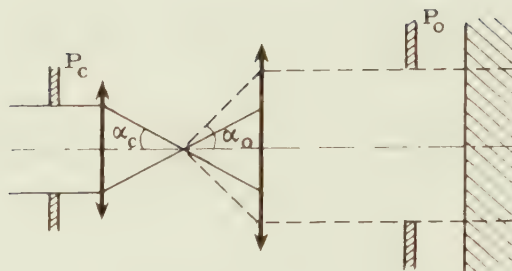
D'autre part, une interversion de l'ordre des intégrations met en évidence le facteur de cohérence et l'on obtient

$$I(y', z') = \iint \iint \iint \Gamma(y_2 - y_1, z_2 - z_1) \Omega(y_1, z_1) \Omega^*(y_2, z_2) \times \\ \times F(y' - y_1, z' - z_1) \times F^*(y' - y_2, z' - z_2) dy_1 dz_1 dy_2 dz_2;$$

$F(y', z')$ étant la transformée de Fourier de la fonction $\Phi(\beta', \gamma')$ on peut écrire sous une autre forme

$$I_{P'} = \iint \Gamma(s, P_1 - P_2) \Omega(P_1) F(P' - P_1) \Omega^*(P_2) F^*(P' - P_2) dP_1 dP_2,$$

avec $s = (n_c \sin \alpha_c) / (n_0 \sin \alpha_0)$ (fig. 52). s s'introduit car, dans la transformée de Fourier de la pupille du condenseur $\Gamma(s, P_1 - P_2)$, les limites d'intégration sont $s\beta$ et $s\gamma$, β et γ correspondant aux limites sur la pupille de l'objectif.


 FIG. 52. — P_c , pupille du condenseur ; P_o , pupille de l'objectif.

Ainsi dans le cas d'une source circulaire et d'intensité constante on aura

$$\Gamma(s, P_1 - P_2) = k \frac{J_1(s\rho)}{s\rho}, \quad \text{avec } \rho = |P_1 - P_2|.$$

On voit sans peine que le problème qui se pose est très compliqué et qu'il serait avantageux d'utiliser un procédé analogique pour le résoudre. Le principe en est d'ailleurs assez simple.

2. Principe. — On a vu que les fonctions $\Gamma(s, P_1 - P_2)$ et $F(P' - P_1)$ pouvaient être réalisées à l'aide de disques tournants. Écrivons alors

$$I_{P'} = \iint \left[\iint \Gamma(s, P_1 - P_2) \Omega(P_1) F(P' - P_1) dP_1 \right] \Omega^*(P_2) F^*(P' - P_2) dP_2$$

et posons

$$\iint \Gamma(s, P_1 - P_2) \Omega(P_1) F(P' - P_1) dP_1 = \Phi(P_2);$$

on a alors à calculer

$$I_{P'} = \iint \Phi(P_2) \Omega^*(P_2) F^*(P' - P_2) dP_2.$$

La solution apparaît alors être la suivante : successivement, on placera, comme l'indique la figure 53,

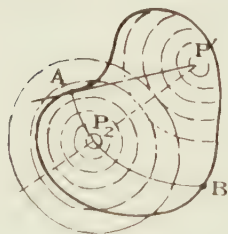


FIG. 53.

a) un disque tournant en P' donnant $F(P' - P_1)$;

b) l'objet dont on a figuré le contour ;

c) la fonction $\Gamma(s, P_1 - P_2)$ également réalisée par un disque tournant mais devant balayer rapidement les arcs tels que AB . De plus elle doit se déplacer le long de $P_1 P_2$ en synchronisme avec un index. Cet index devant suivre une certaine courbe C' imposera à chaque instant à la résistance d'un potentiomètre une valeur proportionnelle à $F(P' - P_2)$. Cette résistance étant elle-même propor-

tionnelle à l'angle α de rotation du potentiomètre, la courbe C' s'obtiendra comme on l'a déjà fait pour la courbe C , en considérant des arcs de circonférence de rayon $(P_1 - P_2)$ correspondant à des angles proportionnels à $F(P' - P_2)$.

d) Le premier disque centré en P' étant uniformément éclairé, le flux résultant est transformé à chaque instant par un photomultiplicateur en un courant. Ce

courant passant dans la résistance du potentiomètre, on obtient ainsi une différence de potentiel élémentaire proportionnelle à $\Phi(P_2) O^*(P_2) F^*(P' - P_2) dP_2$ qu'il suffit d'intégrer. On fera intervenir le facteur $O^*(P_2)$ en court-circuitant la résistance du potentiomètre à l'aide de contacts se produisant chaque fois que P_2 passera en A ou B.

Remarques. — a) Il faut tenir compte du fait que les fonctions F et Γ ne sont pas toujours positives. De ce fait, dans l'intégration finale figureront quatre quantités positives et négatives résultant d'opérations séparées, chacune pouvant être connue à 1/1 000 près, mais l'erreur introduite ainsi par ces lectures supplémentaires n'est que de 4/1 000 au plus.

b) On sait que la phase relative à l'objet $O(P)$ intervient peu dans le contraste de l'image ; c'est pourquoi nous avons omis d'en parler.

3. *Réalisation.* — La partie mécanique de l'appareil peut être réalisée très simplement si l'on remarque qu'il suffit de faire tourner l'objet matérialisé par exemple par une ouverture dans un papier opaque, à l'aide d'un disque lui servant de support, le centre de ce disque O' étant aligné avec celui du premier disque éclairé O , sur la perpendiculaire à leur plan.

L'autre disque représentant la fonction $\Gamma(s, P_1 - P_2)$ devra alors avoir simplement son centre O'' qui se déplace sur l'horizontale H en synchronisme avec l'index astreint à suivre la courbe C' (fig. 54).

Ayant choisi une durée d'intégration de 6 mn étant donnée la dimension de la tache de diffraction matérialisée, on a choisi pour la rotation de l'objet une vitesse de 1 tr/s, ce qui correspondrait à un balayage d'environ 0,2 mm. Pour la partie électronique on voit que l'on peut utiliser, sans rien changer, celle du premier montage, y compris le potentiomètre lié mécaniquement au bras fileté dont l'index doit suivre maintenant non plus le contour de l'objet, mais la courbe C' .

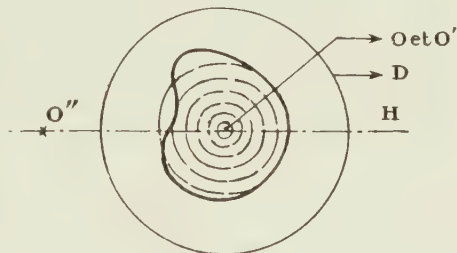


FIG. 54. — D, disque opaque de centre O' .

Remarque. — Il semble possible de pouvoir obtenir sur plaque photographique les fonctions F et Γ . Le disque de la figure 50 pourrait être utilisé à cette fin ; en effet, tournant à vitesse lente, faiblement éclairé et avec une émulsion appropriée on peut jouer sur la durée de pose. Seulement, cette fois, c'est la partie limitée par la courbe C' qui serait opaque.

CONCLUSION

Ce travail a montré que l'utilisation de l'électronique dans les conditions précédemment décrites pouvait être d'un grand secours pour étudier les phénomènes de diffraction. En effet, il importait que les résultats obtenus le soient

avec la précision que nous avons jugée nécessaire pour une telle étude et nous avons pu satisfaire cette exigence.

On peut ajouter, d'autre part, que la nécessité de calculer des expressions mathématiques d'un type analogue à celles que posent les problèmes de diffraction, peut se présenter dans un autre domaine de la physique et, par suite, l'intérêt de ce type d'appareil s'en trouve accru.

J'adresse ici tous mes remerciements et l'expression de ma reconnaissance à Mr Françon, ainsi qu'à Mr Croce qui m'ont confié ce travail.

Je remercie également, vivement M^{me} Rousseau dont les conseils m'ont été d'un grand profit.

RÉFÉRENCES

- [1] S. SEELY, *Electrical and electronic engineering*, éd. McGraw-Hill, New York, 1956.
- [2] J. SURUGUE, *Techniques générales du laboratoire de physique*, éd. C. N. R. S., Paris, 1947.
- [3] F. BERTEIN, *Lampes, circuits actifs* (Cours photocopié).
- [4] F. ZERNIKE, *Proc. phys. Soc.*, t. **61**, 1948, p. 158.
- [5] H. H. HOPKINS, *Proc. Royal Soc.*, t. **217**, 1953, p. 408.
- [6] P. M. DUFFIEUX, *L'intégrale de Fourier et ses applications à l'optique*, chez l'Auteur, Université de Besançon, 1946.
- [7] P. M. DUFFIEUX, *Rev. Opt.*, t. **32**, 1953, p. 129.
- [8] E. WOLF, *Proc. Royal Soc.*, t. **225**, 1954, p. 96.
- [9] W. WEINSTEIN, *Jl opt. Soc. Amer.*, t. **45**, 1955, p. 1006.
- [10] P. DUMONTET, *Publ. sci. Univ. Alger [B]*, t. **1**, 1955, p. 33.
- [11] A. MARÉCHAL, *Rev. Opt.*, t. **32**, 1953, p. 649.
- [12] M. FRANÇON, *Handbuch der Physik*, éd. Springer, Berlin, 1956, t. **24**, p. 171.
- [13] A. MARÉCHAL, *Handbuch der Physik*, éd. Springer, Berlin, 1956, t. **24**, p. 44.
- [14] W. H. STEEL, *Thèse, Rev. Opt.*, t. **32**, 1953, p. 4, 143, 269 et 696.
- [15] D. CANALS-FRAU & M^{me} M. ROUSSEAU, *Opt. Acta*, t. **5**, 1958, p. 15.
- [16] A. BOUWERS & A. C. S. VAN HEEL, *Achievements in optics*, Elsevier, New York, 1946.

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Effet de la température sur les raies d'absorption ou d'émission du corps solide.

Vu et approuvé :

Paris, le 2 Octobre 1960

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

J. PÉRÈS.

Vu et permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

JEAN SARRAILH.

